

## الفصل الرابع

### اختيار المقاطع الفولاذية في المنشآت المركبة

### CHOOSING STEEL SECTIONS IN COMPOSITE STRUCTURES

#### 4-1 المقدمة Introduction

يشرح هذا الفصل كيفية اختيار المقاطع الفولاذية التي يمكن أن تستعمل في تصميم المنشآت المركبة من البتون والفولاذ وفقاً للنظام الأمريكي AISC . ويقسم هذا النظام المقاطع الفولاذية بشكل عام إلى نوعين : مقاطع محكمة ( متراسة Compact ) ومقاطع غير محكمة ( غير متراسة Non Compact ) وذلك يعود إلى شكل المقطع وطول العنصر غير المدعم جانبياً . قد تكون المقاطع على شكل I أو على شكل صندوق أو على شكل دائري مفرغ . الخ ، وقد تكون مقاطع بروفيلية جاهزة (I-Beam) أو مقاطع مشكلة (Plate Girder) .

مؤثرات على المقاطع المحكمة (أو المتراسة) ذلك بسبب انتقاء إبعاد وسماكات  
الصفائح المشكلة لها ( جناح علوي + جناح سفلي + جذع ) بحيث يتم تفادي ظواهر  
عدم الاستقرار ( تحنيب محلي ، تحنيب جانبي ، تقوس الصفائح ... الخ ) عند تعرضها  
للقوى والعزوم الخارجية ، وسيتم إيضاح ذلك من خلال مثال عددي . يبدأ هذا  
الفصل بعرض المقاطع التي تتعرض لضغط محوري أولاً ثم شرح المقاطع التي تتعرض  
لانعطاف مركب . ويستعرض الفصل الحالة التوازنية لمقطع المركب من بلاطة بيتونية  
وجانز فولاذي ، بمعنى وصول أقصى ألياف البتون المضغوطة إلى الانفعال الأقصى عند  
انسحاق البتون بالضغط ووصول ألياف الفولاذ المشدود إلى السيلان بنفس الوقت .

ويبين الفصل كذلك أي من الألياف يمكن أن تخضع أولاً : ألياف الفولاذ المشدودة أم ألياف البتون المضغوطة . ويشرح أخيراً كيفية حساب عزم الإنعطاف



$$F_b = \sigma_s \cdot A_s \cdot \frac{I_s}{I} \quad \text{و } F_a = \sigma_a \cdot A_a \cdot \frac{I_a}{I}$$

$$F_a = \sigma_a \cdot A_a \cdot \frac{I_a}{I} \quad \text{و } F_b = \sigma_b \cdot A_b \cdot \frac{I_b}{I}$$

اللدن (Plastic Moment) للمقطع المركب من بلاطة بيتونية وجائر فولاذي (في المنطقة الموجبة) . علماً بأن المنطقة السالبة في المقطع المركب تتكون من الجائر الفولاذي وفولاذ التسليح الطولي الكائن ضمن العرض الفعال للبلاطة البيتونية لأن البلاطة البيتونية في حالة التشقق .

## 4-2 الإجهادات المحورية المسموحة Allowable Axial Stresses

عندما يخضع العنصر الفولاذي إلى قوة محورية يجب أن تتحقق إحدى العلاقتين

التاليتين في النظام الأمريكي AISC :

AISC 1.5-1

$$\lambda = \frac{kL}{r} \leq C_c \Rightarrow F_a = \frac{\left[1 - 0.5 \frac{(kL/r)^2}{C_c^2}\right]}{\frac{5}{3} + \frac{3(kL/r)}{8C_c} - \frac{1(kL/r)^3}{8C_c^3}} F_y \quad (4-1)$$

$$\text{Where, } C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

حيث :

$k$  = عامل الطول الفعال وهو يتعلق بشروط نهايات العنصر ( فإذا كان موثوقاً من

أحد أطرافه ومسنوداً من الطرف الآخر فإن :  $k = 0.65$  ، وإن كان مسنوداً من

الطرفين فإن :  $k = 1.0$  )

$L$  = طول العنصر

$$r = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} \quad \text{: نصف قطر العطالة الأصغر أو :}$$

$F_a$  = الإجهاد المحوري المسموح

$I_{min}$  = عزم العطالة الأصغر للمقطع (الأصغر بين  $I_x$  ,  $I_y$ )



$A$  = مساحة مقطع العنصر المعرض للضغط المحوري

$L/r$  = نسبة النحافة للعنصر الفولاذي وتتراوح بين 40 و 120

$E$  = عامل المرونة للفولاذ ويساوي 200000 MPa

$F_y$  = إجهاد الخضوع لفولاذ العنصر

AISC 1.5-2

$$\frac{kL}{r} > C_c \Rightarrow F_a = \frac{12 \pi^2 E}{23 (kL/r)^2} \quad (4-2)$$

المثال (4-1) :

المطلوب تصميم مقطع فولاذي عريض الأجنحة Wide Flange لمقاومة القوة المحورية  $P = 2500 \text{ KN}$  وفقاً للمواصفات AISC .

المعطيات :  $F_y = 250 \text{ MPa}$  ، والعمود موثوق من طرف ومسنود استناد بسيط من الطرف الآخر .

الحل :

Assume :  $\frac{kL}{r} = 40$

نفرض أن :

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 (200000)}{250}} = 125.66$$

$$\text{For: } \frac{kL}{r} = 40 \leq 125.66$$

$$F_a = \frac{\left[ 1 - 0.5 \left( \frac{40}{125.66} \right)^2 \right]}{\frac{5}{3} + \frac{3}{8} \left( \frac{40}{125.66} \right) - \frac{1}{8} \left( \frac{40}{125.66} \right)^3} 250 = 133.18 \text{ MPa}$$

$$A = \frac{P}{F_a} = \frac{2500(10)^{-3}}{133.18} = 18.77(10)^{-3} \text{ m}^2$$

Select : W360 x 147.3



With :  $A_s = 18.77(10)^{-3} m^2$  ,  $r_y = 9.42 cm$

$$\frac{kL}{r_y} = \frac{0.65(4.5)}{0.0942} = 31.05 \leq 125.66 \Rightarrow F_a = 137.91 MPa$$

$$A = \frac{2500(10)^{-3}}{137.91} = 18.13(10)^{-3} m^2 \leq 18.77(10)^{-3} m^2 \quad o.k.$$

4-3 موجز عن المقاطع الفولاذية المحكمة وغير المحكمة في الكودات

الامريكية

### Summary of Compact and Non Compact Steel Sections in the U.S.A Codes

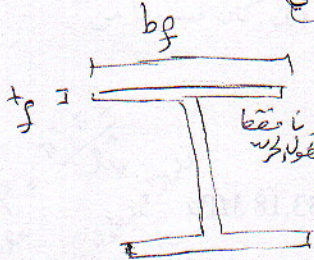
#### أ- المقطع المحكم Compact Section AISC 1.5.1.4

المقطع المحكم هو المقطع الذي لا يقل فيه الإجهاد المسموح على الشد أو الضغط بالانعطاف القيمة  $F_b = 0.66 F_y$  دون حصول ظواهر إنشائية معيبة مثل : عدم الاستقرار الجانبي (تحنيب فتلي جانبي) ، التحنيب المحلي ... الخ . ويكون محملاً في المستوي الشاقولي المار من الجذع ومتناظر بالنسبة إلى هذا المستوي أيضاً .

ويجب أن يحقق الشروط التالية : درجـة الربط شروط

1- أن يكون الاتصال بين الجذع والأجزاء مستمراً (لحام بخيط مستمر مثلاً)

2- أن تتحقق النسبة التالية في الجناح المضغوط لمنع التحنيب المحلي :



$$\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{170}{\sqrt{F_y}}$$

لا يجب أن يغير المعيار

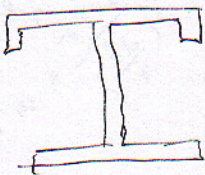
حيث :

$F_y$  = إجهاد الخضوع لفولاذ الجناح MPa

$b_f$  = عرض الجناح المضغوط

$t_f$  = سماكة الجناح المضغوط

$$\frac{b_f}{t_f} \leq \sqrt{\frac{500}{F_y}}$$





3 أن تتحقق النسبة التالية في الجناح المضغوط أيضاً :  $\frac{b_f}{t_f} \leq \frac{500}{\sqrt{F_y}}$  حيث :

$d$  = ارتفاع مقطع الجناز الفولاذي

3 أن تحقق النسبة التالية في الجذع لمنع التحنيب الفعلي الجاني : حيث :

$$\text{For : } \frac{f_a}{F_a} \leq 0.16 \Rightarrow \frac{d}{t_w} \leq \frac{1690}{\sqrt{F_y}} \left[ 1 - 3.74 \frac{f_a}{F_a} \right] \quad (4-3a)$$

$$\text{For : } \frac{f_a}{F_a} > 0.16 \Rightarrow \frac{d}{t_w} \leq \frac{680}{\sqrt{F_y}} \quad (4-3b)$$

حالة لا توجد قوة محورية  $f_a = 0.0$  If there is no axial force:

$$\text{في حالة عدم وجود قوى محورية : } \frac{d}{t_w} \leq \frac{1690}{\sqrt{F_y}}$$

حيث :

$f_a$  = الإجهاد المحوري الفعلي المطبق على المقطع ( $P/A_s$  في حالة وجوده)

$F_a$  = الإجهاد المحوري المسموح

$t_w$  = سماكة (أو ثخانة) جذع مقطع الجناز الفولاذي

4 الطول غير المدعم جانبياً للجناح المضغوط (القيمة الأقل بين القيمتين) :

$$L_1 = \frac{200 b_f}{\sqrt{F_y}} \leq L_2 = \frac{139000}{F_y (d / A_f)} \quad (4-4)$$

(m) (m)

حيث :

$d/A_f$  = نسبة ارتفاع المقطع الفولاذي إلى مساحة الجناح المضغوط ( $m^{-1}$ )

$b_f$  = عرض الجناح المضغوط m

$F_y$  = إجهاد الخضوع لفولاذ الجناح المضغوط MPa



$L_1, L_2 =$  تدعى القيمة الأقل بـ  $L_c$  والقيمة الأكبر بـ  $L_u$

$L_c =$  الطول غير المدعم جانبياً للجناح المضغوط (m)

$L_u =$  الطول غير المدعم جانبياً للجناح المضغوط (m)

يبين الشكل (4-1) جائر فولاذي مسنود جانبياً من الطرفين فقط ولا يوجد دعم جانبي للجناح المضغوط في وسط الجائر ولذلك نتج سهم جانبي خارج المستوي .

تجدر الإشارة إلى أنه في حالة تحقيق الشروط السابقة كلها عدا الشرط الثاني فإن

الإجهاد المسموح ( AISC 1.5.1.4.2 ) :

$$\frac{170}{\sqrt{F_y}} < \frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{250}{\sqrt{F_y}}$$

$$F_b = \left\{ 0.79 - 0.00076 \frac{b_f}{2t_f} \sqrt{F_y} \right\} F_y \leq 0.66 F_y \quad (4-5)$$

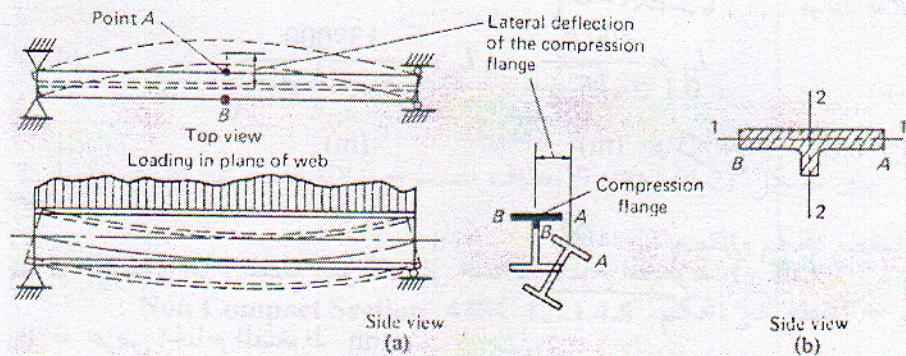
وتمثل هذه العلاقة حالة الانتقال من المقطع المحكم (حيث :  $F_b = 0.66 F_y$ ) إلى

المقطع غير المحكم (حيث :  $F_b = 0.60 F_y$ ) . يلخص الجدول (4-1) شروط المقطع

المحكم لعدة أنواع من المقاطع الفولاذية وفقاً لقواعد النظام الأمريكي AISC 1.5.1.4 .

حيث يبين العلاقات اللازمة كي يكون المقطع محكماً وفقاً للمواصفات الأمريكية

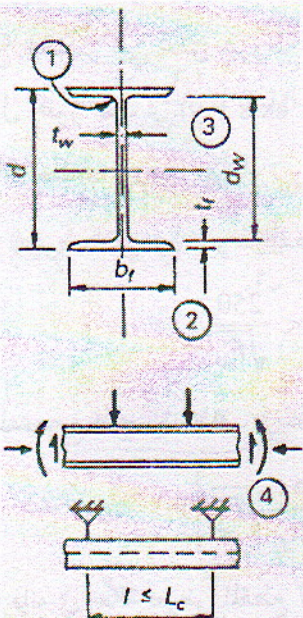
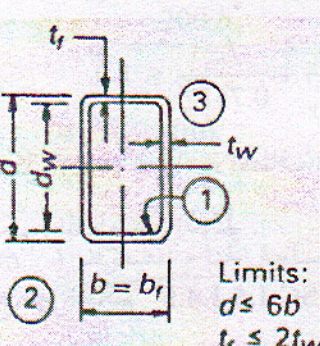
Compact section criteria (per AISC spec. 1.5.1.4.1) : AISC



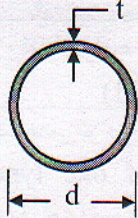
الشكل (4-1) جائر فولاذي مسنود جانبياً



Table (4-1)

علاقات المقطع المحكم وفقاً للمواصفات الأمريكية AISC	
Compact section criteria (per AISC spec. 1.5.1.4.1)	
$F_b = 0.66 F_y$	<p>A514 أن يكون كامل المقطع مصنوعاً من نوع واحد من الفولاذ (غير هجين) عدا الصنف A514 steel</p> <p>The entire section is made of one type (non hybrid); exclude A514 steel</p>
<p>الحمولة مطبقة في المستوي (Y-Y) والذي هو مستوي التناظر للمقطع</p> <p>Direction of load: In plane of minor (Y-Y) axis, which must be an axis of symmetry</p>	
I-type sections	 <p>1- Continuous connection between flange and web</p> <p>2- For compression flange:</p> $\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{170}{\sqrt{F_y}}$ <p>3- To prevent lateral torsional buckling:</p> $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.16 \Rightarrow \frac{d_w}{t_w} \leq \frac{1690}{\sqrt{F_y}} \left[ 1 - 3.74 \frac{f_a}{F_a} \right]$ $\frac{f_a}{F_a} > 0.16 \Rightarrow \frac{d_w}{t_w} \leq \frac{680}{\sqrt{F_y}}$ <p>4-</p> $L_1 = \frac{200 b_f}{\sqrt{F_y}} \leq L_2 = \frac{139000}{F_y (d / A_f)}$ <p>Where, L is the length between lateral restraints of the compression flange</p>
Box-type sections	 <p>1- Same as 1 for I section</p> <p>2- <math>\frac{b_f}{t_f} \leq \frac{500}{\sqrt{F_y}}</math></p> <p>3- Same as 3 for I section</p> <p>4-</p> $\frac{L}{b} \leq \frac{13.4 + 8.25(M_1/M_2)}{F_y} \leq \frac{8.25}{F_y}$ <p>(for <math>M_1/M_2</math> see Figure 4-3)</p> <p>Limits:  <math>d \leq 6b</math>  <math>t_f \leq 2t_w</math></p>



Pipes, round tubes		$\frac{d}{t} \leq \frac{22900}{F_y}$
If all applicable criteria are met, section may be considered compact		

ملاحظة :

من أجل العناصر التي تحقق شروط المقطع المحكم 1 و 2 إلا أنها تتعرض للانعطاف حول المحور الثانوي (Bent about their minor axis y-y) فإن الإجهاد

المسموح على الانعطاف في هذا الاتجاه :  $F_{by} = 0.75 F_y$

وإذا لم يتحقق الشرط الثاني في شروط المقطع المحكم أو :

$$\frac{170}{\sqrt{F_y}} < \frac{b_f}{2t_f} < \frac{250}{\sqrt{F_y}}$$

فإن الإجهاد المسموح على الانعطاف في اتجاه المحور الثانوي :

$$F_{by} = \left[ 1.075 - 0.0019 \frac{b_f}{2t_f} \sqrt{F_y} \right] F_y \quad (4-6)$$

وهكذا فإنه في حالة تعرض المقطع لانعطاف في اتجاهين x , y يجب تحقيق

العلاقة التالية :

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{f_{bx}}{0.66F_y} + \frac{f_{by}}{0.75F_y} \leq 1.0 \quad (4-7)$$

يبين الشكل (4-2) إجهاد الانعطاف المسموح بدلالة الطول غير المثبت جانبياً L

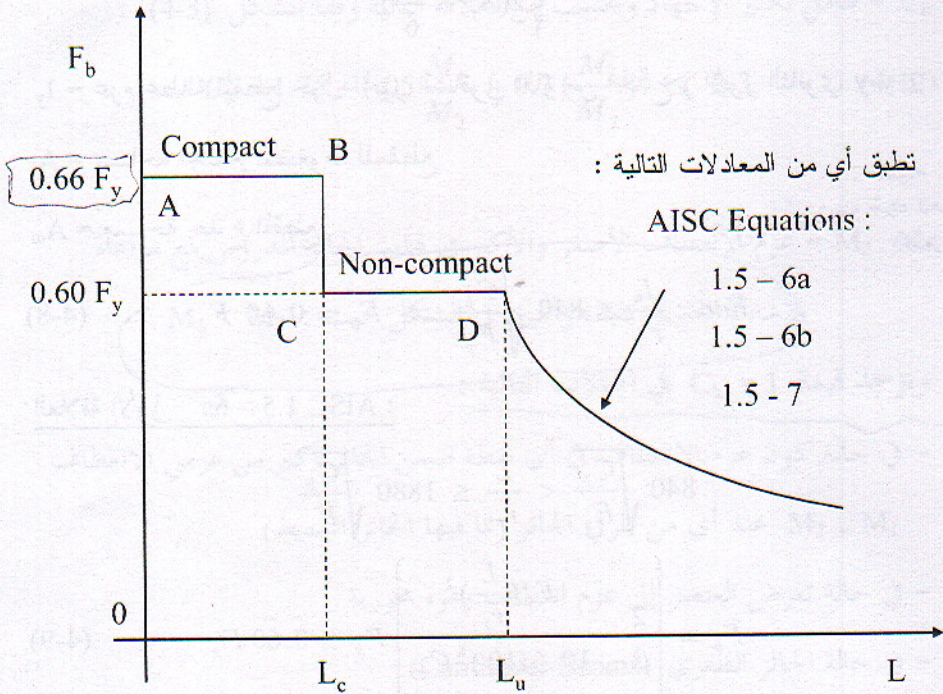
للمقطع المحكم والمقطع غير المحكم .

**ب - المقطع غير المحكم AISC 1.5.1.4.5 Non Compact Section :**

هو المقطع الفولاذي الذي لا تتحقق فيه شروط المقطع المحكم السابقة ، إلا أنه



محمل في المستوى الشاقولي المار من الجذع ومتناظر بالنسبة لهذا المستوى أيضاً .



الشكل (4-2) مخطط توضيحي للإجهادات في المقاطع الخشبية وغير الخشبية

يمكن إيجاد قيمة الإجهاد المسموح على الانعطاف وفقاً لما يلي :

1- الإجهاد الأقصى على الانعطاف  $F_b = 0.60 F_y$

2- الإجهاد المسموح على الانعطاف :

تؤخذ القيمة الأكبر من العلاقات الثلاث الواردة أدناه حسب قابلية التطبيق ( على أن

لا تزيد عن  $F_b = 0.60 F_y$  ) وذلك تبعاً للنسبة  $L / r_T$  .

حيث :

$L$  = الطول غير المدعم جانبياً من الجناح المضغوط ( يستعمل الطول الفعلي في حالة

الجائز الظفري )

$r_T$  = نصف قطر العطالة العرضي للقسم المضغوط من المقطع الفولاذي ويساوي :



$$r_T = \sqrt{\frac{I_y}{2(A_f + \frac{A_w}{6})}}$$

$I_y$  = عزم عطالة المقطع حول المحور الشاقولي المار من الجذع ( المحور الثانوي y-y )

$A_f$  = مساحة الجناح المضغوط للمقطع

$A_w$  = مساحة جذع المقطع

هل نأخذ منه جزء دونه لتحقيق  
المعادلة

$$\text{For : } \frac{L}{r_T} \leq 840 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}} \Rightarrow F_b = 0.60 F_y \quad (4-8)$$

العلاقة الأولى : AISC 1.5 - 6a

$$840 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}} < \frac{L}{r_T} \leq 1880 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}}$$

$$F_b = \left\{ \frac{2}{3} - \frac{F_y \left( \frac{L}{r_T} \right)^2}{10.6(10)^6 C_b} \right\} F_y \leq 0.60 F_y \quad (4-9)$$

العلاقة الثانية : AISC 1.5 - 6 b

$$\frac{L}{r_T} > 1880 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}}$$

$$F_b = \frac{1.17(10)^6 C_b}{(L/r_T)^2} \leq 0.60 F_y \quad (4-10)$$

العلاقة الثالثة : AISC 1.5 - 7

وتستعمل هذه العلاقة عندما يتكون الجناح المضغوط من صفيحة مستطيلة صماء لا تقل مساحتها عن مساحة الجناح المشدود . وتستعمل أيضاً لأجل المقاطع الفولاذية على شكل أقنية (Channels) تتعرض للانعطاف حول المحور الرئيسي x-x .

$$F_b = \frac{82700 C_b}{L(d/A_f)} \leq 0.60 F_y \quad (4-11)$$



حيث :

$C_b =$  عامل تكبير الإجهاد ويحسب من العلاقة التالية وفقاً للشكل (4-3) :

$$C_b = 1.75 + 1.05 \frac{M_1}{M_2} + 0.3 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3 \quad (4-12)$$

حيث :

$M_1, M_2 =$  عزم الانعطاف الأصغر والأكبر في نهايتي الجائز المدروس مع مراعاة

الإشارة الجبرية كما هو مبين في الشكل حيث :  $M_1 < M_2$

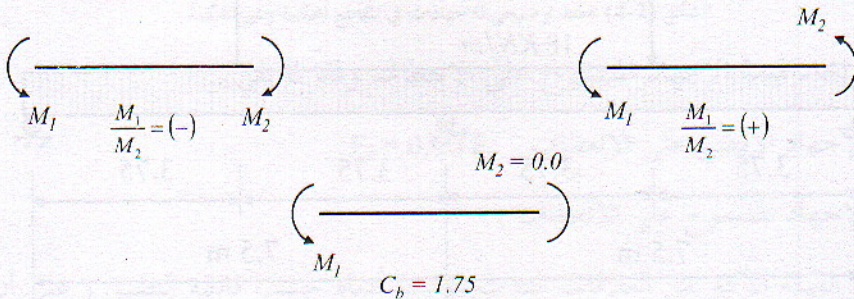
وتؤخذ قيمة  $C_b = 1$  في الحالات التالية :

- في حالة كون عزم الانعطاف في أي نقطة ضمن الجائز أكبر من عزمي الانعطاف

$M_1, M_2$  عند أي من طرفي الجائز (بما فيها الجائز البسيط)

- في حالة تعرض العنصر إلى عزم انعطاف وقوة محورية

- في حالة الجائز الظفري (Cantilever Beams)



الشكل (4-3) انعطاف حول المحور الرئيسي

المثال (4-2) :

1- يبين الشكل (4-4) أحد الجيزان الفولاذية ذو المقطع W460 x 81.8

وإجهاد الخضوع  $F_y = 310 \text{ MPa}$  .

يتعرض الجائز إلى حمولة موزعة  $18 \text{ KN/m}$  وحمولة مركزة  $90 \text{ KN}$  كما هو مبين في



الشكل . هل المقطع كافي وفقاً للمواصفات AISC بفرض وجود دعم جانبي مستمر على كامل طوله بواسطة البلاطة البيتونية لأن المقطع مركب .

2- إذا تم تأمين دعم جانبي عند منتصف كل مجاز وعند المساند هل المقطع كافي .

الحل :

1- بما أن هناك دعم جانبي مستمر للجناح المضغوط وعلى كامل طوله من خلال البلاطة البيتونية ، فإنه يمكن تصنيف المقطع على أنه " محكم " Compact .

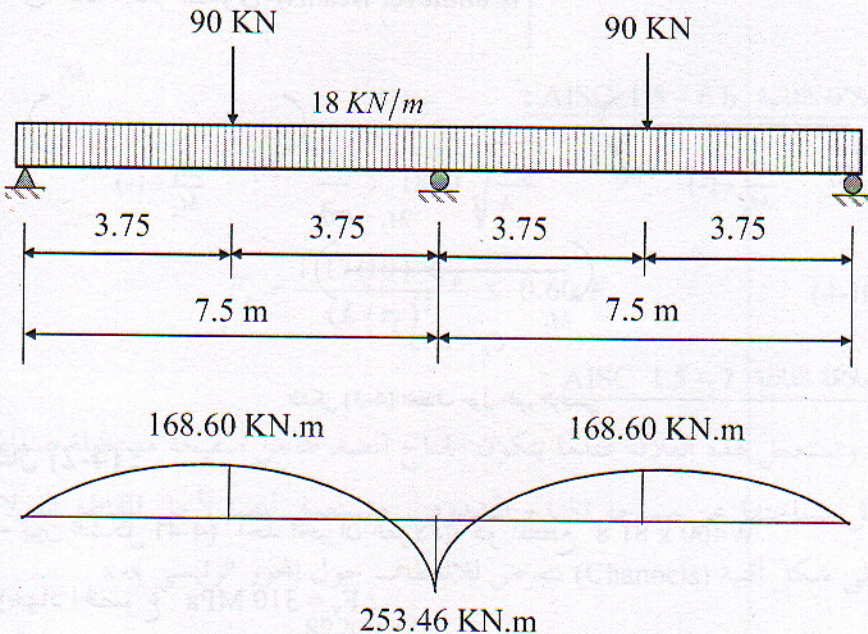
$$\text{حيث: } F_b = 0.66 F_y = 0.66 (310) = 204.6 \text{ MPa}$$

على أن يتم تحقيق شروط المقطع المحكم فيما بعد .

نرسم مخطط عزم الانعطاف للجائز كما هو مبين ، ثم يتم تعديل العزوم وفقاً لما يلي:

Maximum negative moment for design :

$$M^- = 0.90 (253.46) = 228.11 \text{ KN.m}$$



الشكل (4-4) المثال (4-2)



Maximum positive moment for design :

$$M^+ = 168.60 + 0.10 \frac{0 + 253.46}{2} = 181.37 \text{ KN.m}$$

$$f_b = \frac{M^-}{S_x} = \frac{228.11}{1.61(10)^{-3}} = 141.68 \text{ MPa} < 204.6 \text{ MPa} \quad \text{o.k.}$$

تدقيق شروط المقطع المحكم

W 460 x 81.8

$$A_s = 10.45 (10)^{-3} \text{ m}^2, \quad I_x = 370.4 (10)^{-6} \text{ m}^4, \quad S_x = 1.61(10)^{-3} \text{ m}^3$$

$$d = 460 \text{ mm}, \quad b_f = 191 \text{ mm}, \quad t_f = 16 \text{ mm}, \quad t_w = 9.9 \text{ mm}$$

$$r_T = 49.8 \text{ mm}$$

### Compact Section conditions:

1 - The flange is continuously connected to the web

$$2 - \frac{b_f}{2t_f} \sqrt{F_y} = 105 < 170 \quad \text{o.k.}$$

$$3 - \frac{d}{t_f} \sqrt{F_y} \leq 500 \Rightarrow 506 \cong 500 \quad \text{o.k.}$$

$$4 - L_c = \frac{0.2b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{0.20(191)}{\sqrt{310}} = 2.17 \text{ m} < 3.75 \text{ m} \quad \text{o.k.}$$

$$L_c = \frac{139000}{F_y (d / A_f)}$$

$$L_c = \frac{139000}{310 \{0.46 / [(0.191)(0.016)]\}} = 2.98 \text{ m} < 3.75 \text{ m}$$

وهكذا فإن شروط المقطع المحكم Compact section محققة .

2- في حالة وجود دعم جانبي عند كل مسافة 3.75 m فإن المقطع لا يحقق شروط

المقطع المحكم Compact Section وبالتالي فالمقطع غير محكم Non compact

. Section

لأجل المسافة 3.75 m من المسند اليساري :

Lateral support at 3.75 m intervals :



Considering the 3.75 m at the ends of beam

$$M_1 = 0.00 \Rightarrow C_b = 1.75$$

$$840 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}} = 63.11 < \frac{L}{r_T} = \frac{3.75}{0.0498} = 76.69 < 1880 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}} = 141.25$$

Therefore use ASCE formula 1.5-6 a and 1.5-7 :

$$F_{bx} = \left\{ \frac{2}{3} - \frac{F_y \left( \frac{L}{r_T} \right)^2}{10.6(10)^6 C_b} \right\} F_y \leq 0.60 F_y = 186 \text{ MPa}$$

$$F_{bx} = \left\{ \frac{2}{3} - \frac{310(76.69)^2}{10.6(10)^6 (1.75)} \right\} 310 = 176.20 \text{ MPa} < 186 \text{ MPa}$$

$$F_{bx} = \frac{82700 C_b}{L(d/A_f)} = \frac{82700(1.75)}{3.75(150.5)} = 256.43 > 0.60 F_y \quad \text{n.g.}$$

Thus : Use  $F_{bx} = 176.20 \text{ MPa}$

$$f_b = \frac{181.27(10)^{-3}}{1.61(10)^{-3}} = 112.59 \text{ MPa} < F_{bx} = 176.20 \text{ MPa} \quad \text{o.k.}$$

المسافة الثانية الداخلية 3.75 m : إيجاد الإجهاد المسموح للمقطع .

Consider the interior 3.75 m section:

يتم حساب الإجهاد المسموح وتدقيق المقطع وفقاً لما يلي :

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left( \frac{168.60}{253.46} \right) + 0.30 \left( \frac{168.60}{253.46} \right)^2 = 2.58 > 2.3$$

Use :  $C_b = 2.3$

$$840 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}} = 72.35 < \frac{L}{r_T} = \frac{3.75}{0.0489} = 76.69 < 1880 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}} = 161.94 \quad \text{o.k.}$$

$$F_{bx} = \left\{ \frac{2}{3} - \frac{310(76.69)^2}{10.6(10)^6 (2.3)} \right\} F_y = 183.48 \text{ MPa} < 0.60 F_y \quad \text{o.k.}$$

$$F_{bx} = \frac{82700(2.3)}{3.75(150.5)} = 337.03 \text{ MPa} > 0.60 F_y \quad \text{n.g.}$$



Use :  $F_{bx} = 183.48 \text{ MPa}$

$$f_b = \frac{228.11(10)^{-3}}{1.61(10)^{-3}} = 141.68 \text{ MPa} < 183.48 \text{ MPa} \quad \text{o.k.}$$

المثال (4-3) :

يتعرض الجائز الفولاذي في الشكل (4-5) ذو مقطع بروفيليه عريض الأجنحة إلى عزم انعطاف شاقولي  $M_x$  (Vertical bending moment about x-x) وعزم انعطاف جانبي  $M_y$  (Lateral bending moment about y-y) وتشمل هذه العزوم تأثير الوزن الذاتي ومطبقة في مركز ثقل الجائز .

المعطيات : الفولاذ A36 ( $F_y = 250 \text{ MPa}$ ) والمقطع محكم

المطلوب : اختيار مقطع الجائز الفولاذي وفقاً للمواصفات AISC

الحل :

- اختيار المقطع بشكل أولي :

$$S_x = \frac{M_{bx}}{F_{bx}} = \frac{160(10)^{-3}}{0.66(250)} = 0.97(10)^{-3} \text{ m}^3$$

Try : W 360 x 110.1 AISC

$$S_x = 1.84(10)^{-3} \text{ m}^3$$

$$S_y = 0.436(10)^{-3} \text{ m}^3$$

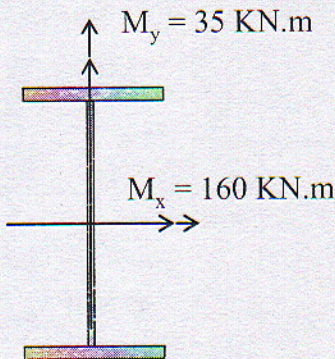
$$f_{bx} = \frac{160(10)^{-3}}{1.84(10)^{-3}} = 86.96 \text{ MPa}$$

$$F_{bx} = 0.66(250) = 165 \text{ MPa}$$

$$f_{by} = \frac{35(10)^{-3}}{0.436(10)^{-3}} = 80.28 \text{ MPa}$$

$$F_{by} = 0.75(250) = 187.5 \text{ MPa}$$

- تدقيق المقطع :



الشكل (4-5)



$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = 0.53 + 0.43 = 0.96 \Rightarrow 0.96 < 1.0 \quad \text{o.k}$$

إذا المقطع المختار مقبول .

#### 4-4 الانعطاف المركب Combined Bending

عندما يخضع العنصر الفولاذي إلى عزم انعطاف إضافة إلى قوة محورية يجب أن تتحقق العلاقات المركبة التالية :

AISC 1.6-1a

$$\frac{f_a}{F_a} \geq 0.15 \Rightarrow \frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}\right) F_{bx}} + \frac{C_{my} f_{by}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ey}}\right) F_{by}} \leq 1.0 \quad (4-13)$$

AISC 1.6-1b

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad (4-14)$$

عندما تكون  $\frac{f_a}{F_a} < 0.15$  عندئذ يجب استعمال العلاقة التالية (4-15) مكان العلاقة

الأولى (4-13) AISC 1.6-1a أو :

AISC 1.6-2

$$\frac{f_a}{F_a} < 0.15 \Rightarrow \frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad (4-15)$$

حيث :

$$f_b = \frac{M y}{I} = \text{الإجهاد الناتج عن عزم الإنعطاف الفعلي المطبق } M$$

$x, y =$  المحاور التي تنطبق عليها عزوم الإنعطاف

$F_a =$  الإجهاد المحوري المسموح

$F_b =$  الإجهاد المسموح على الإنعطاف



$F'_e$  = إجهاد التحنيب وفقاً لعلاقة أولر Euler أو :

$$F'_e = \frac{12}{23} \frac{\pi^2 E}{(kL_b/r_b)^2} \quad (4-16)$$

$k$  = عامل الطول الفعال في مستوي الانعطاف

$L_b$  = طول العنصر غير المدعم جانبياً في مستوي الانعطاف

$r_b$  = نصف قطر العنصر الأصغر في مستوي الانعطاف

$C_m$  = عامل تخفيض يعطى وفقاً لما يلي :

1- لأجل العناصر المضغوطة في الهياكل الخاضعة لإنزياح جانبي :  $C_m = 0.85$

2- لأجل العناصر المضغوطة في الهياكل غير الخاضعة لإنزياح جانبي ولا تتعرض هذه العناصر لحمولات بين المساند :

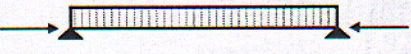
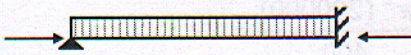
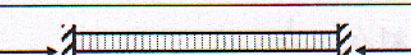

$$C_m = 0.60 - 0.40 (M_1/M_2) \geq 0.40 \quad (4-17)$$

حيث :

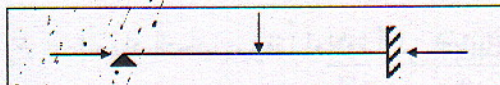
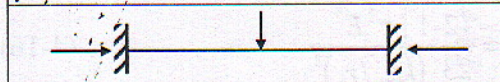
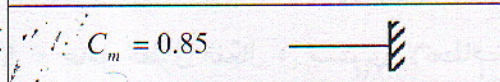
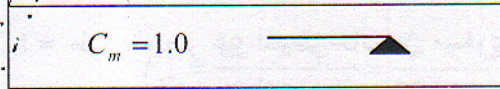
$M_1, M_2$  = العزوم في نهايتي العنصر ، حيث :  $M_1 < M_2$

3- لأجل العناصر المضغوطة في الهياكل غير الخاضعة لإنزياح جانبي والتي تتعرض لحمولات بين المساند يتم عندئذ استعمال الجدول (4-2) لإيجاد قيمة  $C_m$  :

Table (4-2)

العنصر	$C_m$
	$C_m = 1.0$
	$C_m = 1.0 - 0.30 (f_a/F'_e)$
	$C_m = 1.0 - 0.40 (f_a/F'_e)$
	$C_m = 1.0 - 0.20 (f_a/F'_e)$

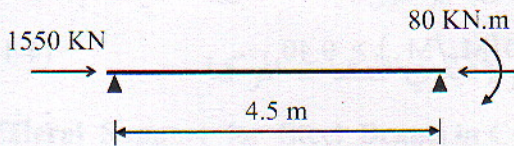


	$C_m = 1.0 - 0.40 (f_a / F'_e)$
	$C_m = 1.0 - 0.60 (f_a / F'_e)$
$C_m = 0.85$ 	لأجل العناصر ذات النهايات من الشكل
$C_m = 1.0$ 	لأجل العناصر ذات النهايات من الشكل

#### المثال (4-4) :

يبين الشكل (4-6) جاذز في هيكل غير خاضع لانزياح جانبي . المطلوب تدقيق المقطع عريض الأجنحة W 410 x 99.7 المقترح لهذا الجاذز تحت تأثير القوى المبينة .

حيث :  $F_y = 400 \text{ Mpa}$



الشكل (4-6)

الحل :

Steel Section : W 410 x 99.7

$$A_s = 12.71(10)^{-3} \text{ m}^2, d = 415 \text{ mm}, S_x = 1.92(10)^{-3} \text{ m}^3$$

$$r_x = 176.8 \text{ mm}, r_y = 62.5 \text{ mm}, r_T = 70.2 \text{ mm}, d/A_f = 94.46 \text{ m}^{-1}$$

- تأثير القوى المحورية :

$$\frac{kL}{r_y} = \frac{1.0(4.5)}{62.5(10)^{-3}} = 72$$

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 (200000)}{400}} = 99.35$$

$$\frac{kL}{r_y} < C_c \Rightarrow \frac{kL/r_y}{C_c} = 0.725$$



$$F_a = \left[ \frac{1 - 0.5(0.725)^2}{\frac{5}{3} + \frac{3}{8}(0.725) - \frac{1}{8}(0.725)^3} \right] (400) = 155.94 \text{ MPa}$$

$$f_a = 1550(10)^{-3} / 12.71(10)^{-3} = 121.94 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = 0.78 > 0.15$$

- تأثير عزم الانعطاف :

$$\frac{L}{r_T} = \frac{4.5}{70.2(10)^{-3}} = 64.10, \quad C_b = 1.75$$

$$840 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}} < \frac{L}{r_T} = 64.10 < 1880 \sqrt{\frac{C_b}{F_y}}$$

$$55.56 < 64.10 < 124.35$$

- AISC 1.5-6a :

$$F_{bx} = \left[ \frac{2}{3} - \frac{400(64.10)^2}{10.6(10)^6 (1.75)} \right] (400) = 231.23 \text{ MPa} < 0.60 F_y$$

- AISC 1.5-7 :

$$F_{bx} = \frac{82700(1.75)}{4.5(94.46)} = 340.47 \text{ MPa} > 0.60 F_y$$

Use :

$$F_{bx} = 231.23 \text{ MPa}$$

$$C_m = 0.60 - 0.40 (M_1 / M_2) = 0.60 \quad (\text{Where: } M_1 = 0.00)$$

$$f_{bx} = \frac{M}{s_x} = \frac{80(10)^{-3}}{1.92(10)^{-3}} = 41.67 \text{ MPa}$$

- تأثير الانعطاف المركب :

$$\frac{f_a}{F_a} = 0.78 > 0.15$$



$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{cx}}\right) F_{bx}} \leq 1.0$$

$$\frac{f}{0.60 f_y} \leq 1.0$$

$$F'_{cx} = \frac{12}{23} \frac{\pi^2 E}{(kL/r_x)^2} = \frac{12}{23} \frac{\pi^2 (200000)}{(4.5/0.1768)^2} = 1589.73 \text{ MPa}$$

$$0.78 + \frac{0.60(41.67)}{\left(1 - \frac{121.94}{1589.73}\right)(231.23)} = 0.90 < 1.0$$

$$\frac{121.94}{0.60(400)} + \frac{41.67}{231.23} = 0.69 < 1.0 \quad \text{o.k.}$$

- المقطع مقبول إلا أنه غير اقتصادي كما هو مبين .

#### 4-5 الدعم الجانبي للجيزان الفولاذية في المنشآت المركبة

##### Lateral Support for Steel Beams in Composite Structures

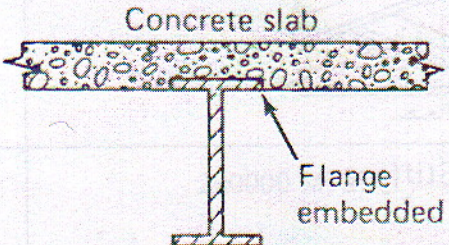
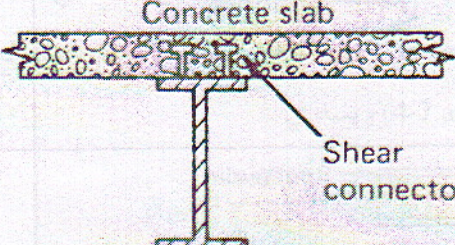
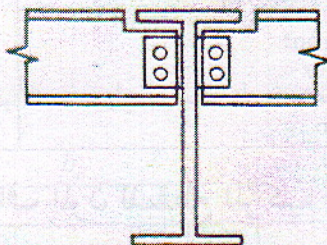
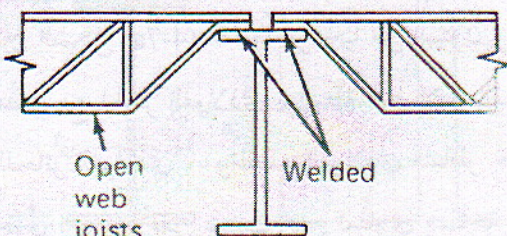
نادراً ما يتواجد جائر فولاذي بمجنح ذو جناح مضغوط غير مسنود جانبيّاً على كامل طول هذا الجائر ، حتى إذا لم يوجد اتصال ميكانيكي بين جناح الجائر وحملة الأرضية (Roof System) الكائنة فوقه ، فإن هناك احتكاك بين جناح الجائر وحملة الأرضية المستندة عليه . ويمكن تصنيف الدعم الجانبي أو السند الجانبي Lateral Support إلى نوعين وفقاً للجدول (4-3) .

أ- دعم جانبي مستمر من خلال تثبيت الجناح المضغوط في البلاطة البيتونية كما هو مبين في الشكلين a , b .

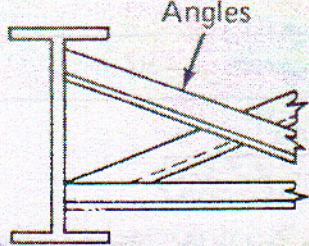
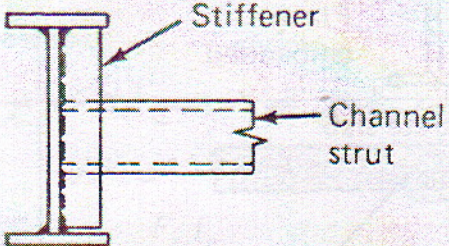
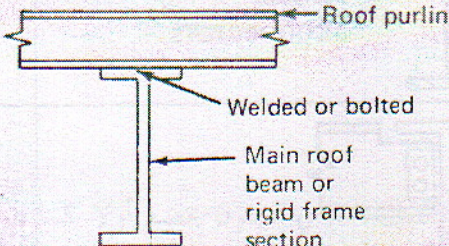
ب- دعم جانبي وفقاً لمسافات Intervals محددة بواسطة جيزان عرضانية من أشكال مختلفة كما هو مبين في الجدول (4-3) (الأشكال c , d , e , f , g) .



Table (4-3)

نماذج من الدعم الجانبي	
 <p>Concrete slab</p> <p>Flange embedded</p>	(a)
 <p>Concrete slab</p> <p>Shear connectors</p>	(b)
	(c)
 <p>Open web joists</p> <p>Welded</p>	(d)



	(e)
	(f)
	(g)

#### 4-6 الانعطاف المرن للمقطع المركب من الفولاذ والبيتون

##### Elastic Bending of Composite I-Beam Cross Section

يبين الشكل (4-7a) مقطعاً نموذجياً من البيتون والفولاذ حيث يتألف من بلاطة بيتونية تتصل مع الجائز الفولاذي بواسطة الوصلات القصية الملتحمة على السطح العلوي للجائز الفولاذي . والمقطع الفولاذي متناظر حول المحور الشاقولي إلا أنه غير متناظر حول المحور الأفقي بسبب عدم تساوي مساحة الجناحين العلوي والسفلي . كما يبين الشكل (4-7b) الحالة التوازنية لهذا المقطع المركب ، وهي الحالة التي تقضي بوصول أقصى ألياف البيتون المضغوطة إلى الانفعال الأقصى عند انسحاق البيتون بالضغط  $0.0034 \text{ mm/mm}$  ( الموافق لـ  $0.85 f'_c$  ) ووصول ألياف الفولاذ المشدود إلى السيلان  $\epsilon_y = F_y / E_s$  بنفس الوقت .



حيث :

$$f'_c = \text{المقاومة الاسطوانية للبيتون على الضغط بعد 28 يوماً}$$

$$\epsilon_y = \text{الانفعال في الفولاذ عند الخضوع}$$

$$F_y = \text{إجهاد الخضوع لفولاذ العنصر}$$

$$E_s = \text{عامل المرونة للفولاذ ويساوي 200000 MPa}$$

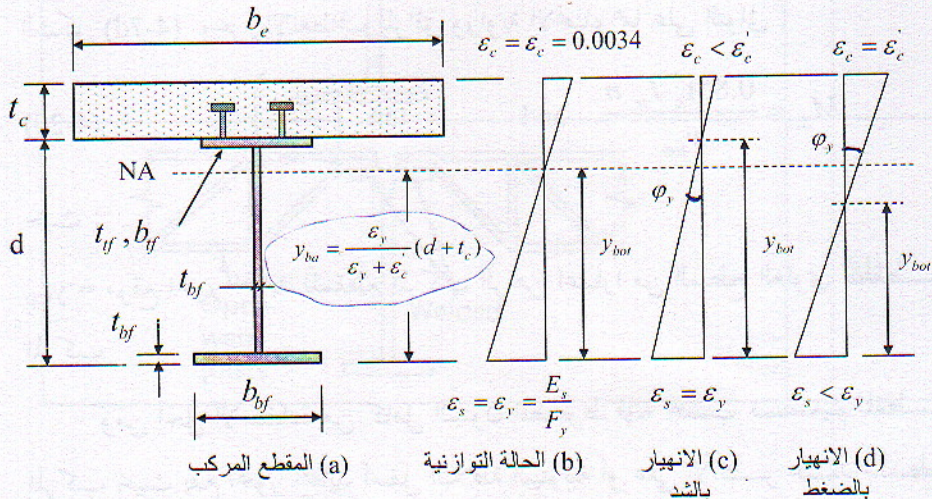
ولمعرفة أي من الألياف (ألياف البيتون والفولاذ) تخضع أولاً تتبع الخطوات التالية :

- 1- حساب موقع المحور المحايد التوازي ابتداءً من السطح السفلي للمقطع الفولاذي من تشابه المثلثات في الشكل (4-7.a, b) ويساوي :

$$y_{ba} = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_y + \epsilon'_c} (d + t_c) \quad (4-18)$$

حيث :

$\epsilon'_c = \text{الانفعال في أقصى ألياف البيتون المضغوط عند وصول هذه الألياف إلى الانهيار}$



الشكل (4-7) حالات الانهيار في المقطع المركب



نتيجة الانسحاق أو  $\varepsilon'_c = 0.0034 \text{ mm/mm}$

$t_c =$  سماكة البلاطة البيتونية

$d =$  ارتفاع مقطع الجائز الفولاذي

2 - حساب موقع المحور المحايد للمقطع المركب الراهن اعتباراً من السطح السفلي

للمقطع الفولاذي  $y_{bot}$  :

إذا كان  $y_{bot} \geq y_{ba}$  فإن الليف السفلي للفولاذ يخضع أولاً كما هو مبين في الشكل (4-7c) وعزم الانعطاف المرافق وزاوية الانحناء هما على التوالي :

$$M_y = \frac{F_y I_{tr}}{y_{bot}} \quad \text{and} \quad \phi_y = \tan^{-1} \left( \frac{\varepsilon_y}{y_{bot}} \right) \quad (4-19)$$

حيث :

$I_{tr} =$  عزم عطالة المقطع المركب

وإذا كان  $y_{bot} < y_{ba}$  فإن الليف العلوي للبيتون يخضع أولاً كما هو مبين في الشكل (4-7d) وعزم الانعطاف المرافق وزاوية الانحناء هما على التوالي :

$$M_y = \frac{0.85 f'_c I_{tr} n}{y_{top}} \quad \text{and} \quad \phi_y = \tan^{-1} \left( \frac{\varepsilon'_c}{y_{top}} \right) \quad (4-20)$$

حيث :

$y_{top} =$  موقع المحور المحايد للمقطع المركب الراهن اعتباراً من السطح العلوي للمقطع المركب

ومن أجل الاستفادة من كامل البيتون المضغوط فإنه يجب تصميم المقطع المركب بحيث يقع المحور المحايد أسفل البلاطة البيتونية أو على الأكثر عند سطح التماس بين البيتون والفولاذ . وإذا وقع المحور المحايد ضمن البلاطة فإن قسماً من البيتون يعمل على الضغط والقسم الآخر يعمل على الشد وبالتالي ينبغي تعديل



المعادلات المذكورة أعلاه .

#### 4-7 عزم الانعطاف اللدن للمقطع المركب Full Plastic Bending

عندما يصبح عزم الانعكاس المطبق على العنصر المركب أكبر من العزم الذي يسبب الخضوع للألياف (التي تخضع أولاً للمادة) فإن أقساماً من المقطع المركب تبقى عند إجهاد خضوع ثابت إلا أن الانفعالات تتجاوز الانفعال الحدي . ثم يحصل ازدياد في الانفعال والتلدن للمادة حتى يتلدن المقطع ، يتم ذلك بفرض أن المادة تسلك مخطط الإجهاد - الانفعال المثالي (Assuming stress-strain idealization) . وعند هذا الحد لا يمكن تطبيق أي عزم إضافي لأن المقطع قد وصل إلى عزم الانعطاف اللدن . إن المحور المحايد اللدن PNA للمقطع المركب يمكن أن يقع في البلاطة البيتونية أو في الجناح العلوي للجائز الفولاذي أو في جسد الجائز الفولاذي :

- فإذا وقع المحور المحايد اللدن PNA في البلاطة تكون عندئذ البلاطة مناسبة (Slab Adequate)

- وإذا وقع المحور المحايد اللدن PNA في الجناح العلوي للجائز الفولاذي تكون عندئذ البلاطة غير مناسبة (Slab Inadequate) بسبب عدم كفاية البيتون المضغوط .

- وإذا وقع المحور المحايد اللدن PNA في جسد الجائز الفولاذي تكون أيضاً البلاطة غير مناسبة (Slab Inadequate) والمقطع غير اقتصادي بسبب عدم كفاية كمية البيتون المضغوط . إن هذه الحالة ليست اقتصادية بسبب عدم الاستفادة من كامل مقطع الجائز الفولاذي في مقاومة الشد وعدم كفاية مساحة البلاطة البيتونية لمقاومة الضغط الناتج عن الانعطاف . إلا أنه سيتم شرحها لبيان كيفية حساب العزم اللدن في هذه الحالة .

يمكن كتابة المعادلات النازمة لكل حالة من الحالات السابقة على النحو الآتي

كما هو مبين في الشكل (4-8) :



1 - المحور المحايد للـ PNA يقع في البلاطة ، انظر الشكل (4-8a)

### Plastic Neutral Axis is in Concrete Slab

إذا كان :  $0.85f'_c b_e t_c \geq F_y A_s$  فإن المحور المحايد اللدن يقع في البلاطة .

ويمكن حساب عزم الانعطاف اللدن (حول محور البيتون) من العلاقة التالية :

$$M_U = A_s F_y \left[ d + t_c - d_T - \frac{a_{T1}}{2} \right] \quad (4-21)$$

Where :

$$a_{T1} = \frac{F_y A_s}{0.85 f'_c b_e} \leq t_c$$

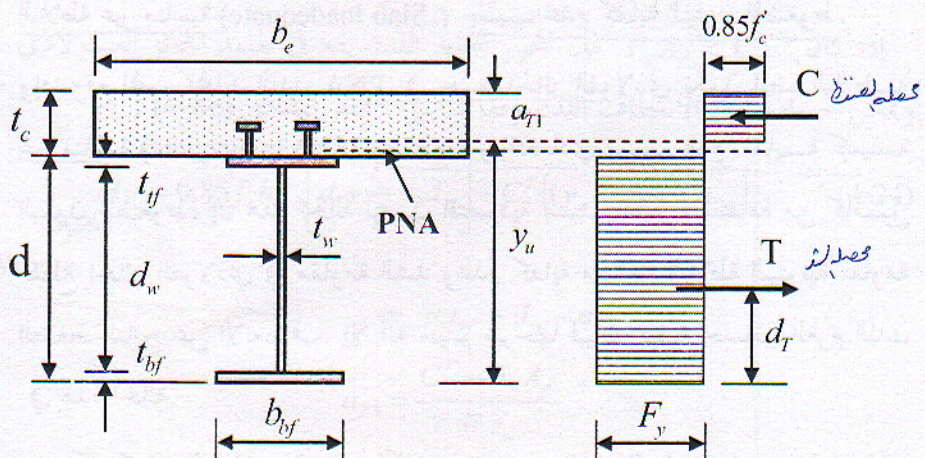
$$d_T = \frac{1}{A_s} \left\{ A_{bf} \left( \frac{t_{bf}}{2} \right) + A_w \left( t_{bf} + \frac{t_w}{2} \right) + A_{tf} \left( d - \frac{t_f}{2} \right) \right\} = \frac{\sum A \cdot y}{A_s}$$

2 - المحور المحاييد اللدن PNA يقع في الجائز الفولاذي ، انظر الشكل (4-8b)

### Plastic Neutral Axis is in the Steel Section

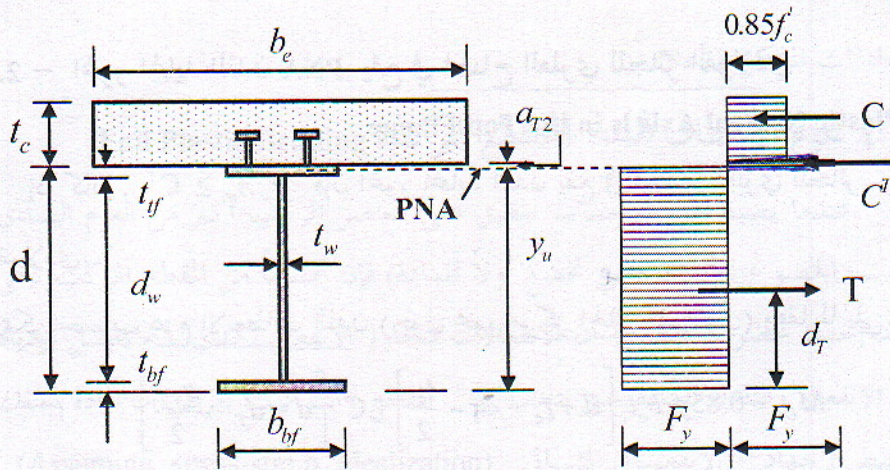
إذا كان :  $0.85 f'_c b_e t_c < F_v A_s$  فإن المحور المحايد اللدن يقع في الجائز الفولاذي

(الجنّاح العلوي أو الجسد) .

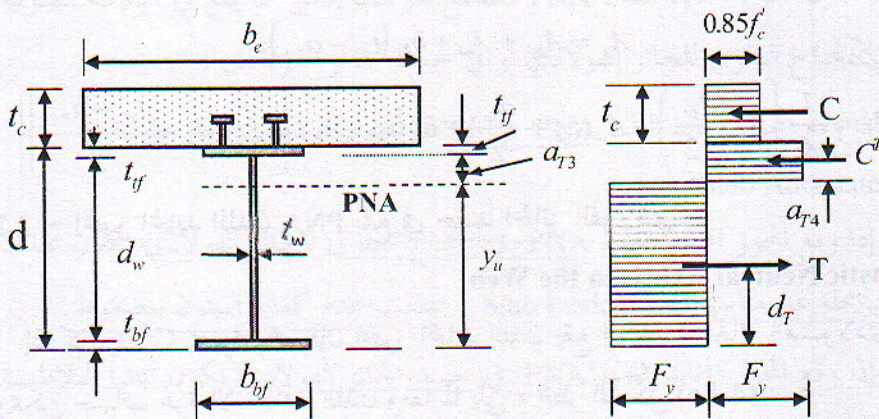


(a) المحور المحايد للـ PNA للمقطع المركب يقع في البلاطة البيتونية





(b) المحور المحايد لللدن PNA للمقطع المركب يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي



(c) المحور المحايد لللدن PNA للمقطع المركب يقع في جسد الجائز الفولاذي

الشكل (4-8) حالات موقع المحور المحايد

ويمكن إعادة حساب معادلات التوازن على النحو الآتي :

$$0.85f'_c b_e t_c + b_{bf} a_{T2} F_y = F_y (A_s - b_{bf} a_{T2}) \quad \text{where } a_{T2} < t_{bf}$$

$$\text{Let: } C^T = b_{bf} a_{T2} F_y$$

وبعد الإصلاح نجد :

$$C^T = 0.5 [F_y A_s - 0.85f'_c b_e t_c] \quad (4-22)$$



## 2.1 - المحور المحايد لللدن PNA يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي

### Plastic Neutral Axis is in the Top Flange

إذا كان :  $F_y A_{ff} \geq C^T$  فإن المحور المحايد لللدن يقع في الجناح العلوي للجائز

الفولاذي.

هوله ٣

ويمكن حساب عزم الانعطاف لللدن (حول محور مركز الجائز الفولاذي) وفقاً لما يلي:

$$M_U = 0.85 f_c' b_e t_c \left[ d + t_c - d_T - \frac{t_c}{2} \right] + C^T \left[ d - d_T - \frac{a_{T2}}{2} \right] \quad (4-23)$$

Where :

$$a_{T2} = \frac{C^T}{b_{ff} F_y}$$

$$A_s = A_{bf} + A_w + b_{ff} (t_{ff} - a_{T2})$$

بدراسة تقاطع الفولاذ في  
منطقة الجناح العلوي

$$d_T = \frac{1}{A_s} \left\{ A_{bf} \left( \frac{t_{bf}}{2} \right) + A_w \left( t_{bf} + \frac{d_w}{2} \right) + b_{ff} (t_{ff} - a_{T2}) \left[ t_{bf} + d_w + \frac{t_{ff} - a_{T2}}{2} \right] \right\}$$

## 2.2 - المحور المحايد لللدن PNA يقع في جسد الجائز الفولاذي

### Plastic Neutral Axis is in the Web

إذا كان :  $F_y A_{ff} < C^T$  فإن المحور المحايد لللدن يقع في جسد الجائز الفولاذي .

ويمكن حساب عزم الانعطاف لللدن وفقاً لما يلي ، انظر الشكل (4-8c) :

$$M_U = 0.85 f_c' b_e t_c \left[ d + \frac{t_c}{2} - d_T \right] + C^T [(y_u - d_T) + a_{T4}] \quad (4-24)$$

Where:

$$y_u = t_{bf} + d_w - a_{T3}$$

$$a_{T3} = \frac{C^T - F_y A_{ff}}{F_y t_w} > \frac{t_w}{2}$$

$$a_{T4} = \frac{A_{ff} [a_{T3} + 0.5 t_{ff}] + t_w a_{T3} (0.5 a_{T3})}{A_{ff} + t_w a_{T3}}$$

بدراسة تقاطع الفولاذ في  
منطقة الجناح العلوي

$$A_s = A_{bf} + t_w (d_w - a_{T3})$$



المثال (4-5): سائل رقيق الجدران

المعطيات :  $f_c = 28 \text{ MPa}$  ,  $F_y = 300 \text{ MPa}$

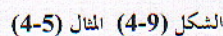
$$W_t = 2.83 \text{ KN/m}, A_s = 367.70 \text{ cm}^2, d = 92.7 \text{ mm}$$

المطلوب : إيجاد عزم الانعطاف اللدن لهذا المقطع .

## الحل :

$$A_s = 367.70 + (38 \times 2) = 443.70 \text{ cm}^2$$

$$0.85(28)(1.9)(0.15) < 443.70 (10)^{-4}(300)$$





$$6783 \text{ KN} < 13311 \text{ KN}$$

إذا يقع المحور المحايد اللدن في الجائز الفولاذي ولعرفة موقعه بدقة في الجناح العلوي أم في الجسد :

$$C^T = (1/2)(13311 - 6783) = 3264 \text{ KN}$$

$$A_f F_y = 30.8 (3.2) (10)^{-4} (300) (10)^3 = 2956.80 \text{ KN}$$

$$\text{Therefore, } A_f F_y < C^T$$

إذاً المحور المحايد يقع في جسد الجائز الفولاذي

عمق المحور المحايد في الجسد :

$$a_{T3} = \frac{3264 - 2956.80}{300(10)^3 (0.0194)} = 5.28 (10)^{-2} \text{ m}$$

مركز ثقل القوة  $C^T$  بالنسبة للمحور المحايد :

$$a_{T4} = \frac{30.8(3.2)[0.5(3.2) + 5.28] + 1.94(5.28)^2 (0.5)}{30.8(3.2) + 1.94(5.28)} = 6.48 \text{ cm}$$

مركز ثقل القسم المشدود من الجائز الفولاذي اسفل المحور المحايد :

$$A_s = (38 \times 2) + 30.8(3.2) + (86.3 - 5.28) (1.94) = 331.74 \text{ cm}^2$$

$$d_T = \frac{1}{331.74} \{ 38(2)(1) + 30.8(3.2)(3.6) + 1.94(81.02)[0.50(81.02) + 5.2] \} = 22.96 \text{ cm}$$

وهكذا فإن عزم الانعطاف اللدن :

$$M_u = 6783 \{ 94.70 + 7.5 - 22.96 \} (10)^{-2} + 3264 \{ 94.7 - 3.2 - 5.28 + 6.48 - 22.96 \} (10)^{-2}$$

$$M_u = 7651.16 \text{ KN.m}$$

#### 4-8 عزم الانعطاف اللدن للمقطع المركب في المنطقة السالبة

##### Full Plastic Bending in Negative Region

تعرض البلاطة في المنطقة السالبة للتشقق نتيجة للشد وبالتالي يقاوم فولاذ اتسليح

الطولي الكائن ضمن العرض الفعال للبلاطة  $A_{sr}$  إجهادات الشد. هناك حالتان لموقع

المحور المحايد:



إما أن يقع المحور المحايد في الجناح العلوي للجائز الفولاذي (الشكل 4-10) ، أو أن يقع المحور المحايد في جسد الجائز الفولاذي (الشكل 4-11).

- المحور المحايد اللدن يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي (الشكل 4-10):

إذا تحققت المعادلة التالية فإن المحور المحايد يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي:

$$A_{sr} f_{yr} + A_{tf} F_y \geq (A_{bf} + A_w) F_y$$

حيث:

$$f_{yr} = \text{إجهاد الخضوع لفولاذ تسليح البلاطة}$$

$$F_y = \text{إجهاد الخضوع لفولاذ الجائز الفولاذي}$$

$$A_{tf} = \text{مساحة الجناح العلوي للجائز الفولاذي}$$

$$A_{bf} = \text{مساحة الجناح السفلي للجائز الفولاذي}$$

$$A_w = \text{مساحة جذع الجائز الفولاذي}$$

ويعود ذلك إلى كون الطرف الأيسر من المعادلة السابقة يحتاج إلى تقليل من أجل تحقيق المساواة بين الطرفين ولا يمكن تقليل غير مساحة الجناح العلوي إذا تم فرض أن بقية الحدود ثابتة. يمكن كتابة معادلة التوازن التالية بناءً على القوى المؤثرة في المقطع العرضي:

$$C_{sr} + C_s = T_s$$

$$A_{sr} f_{yr} + b_{tf} a_{T2} F_y = \{A_{bf} + A_w + (t_{tf} - a_{T2}) b_{tf}\} F_y$$

$$T_r = A_{sr} f_{yr}, C_s = b_{tf} a_{T2} F_y, T_s = \{A_{bf} + A_w + (t_{tf} - a_{T2}) b_{tf}\} F_y$$

$$a_{T2} = \frac{1}{2b_{tf}} \{-A_{sr} (f_{yr} / F_y) + (A_{bf} + A_w + t_{tf} b_{tf})\} \quad (4-25)$$

ويتم حساب عزم الانعطاف اللدن بأخذ عزوم القوى حول  $T_s$  محور القسم المشدود من الجائز الفولاذي:



$$M_{\text{Plastic}} = T_r (d + t_c - d' - d_T) + C_s (d - 0.5 a_{T2} - d_T) \quad (4-26)$$

Where:

$$d_T = \frac{A_{bf} (0.5 t_{yf}) + A_w (t_{bf} + 0.5 d_w) + (t_{yf} - a_{T2}) b_{tf} \left( t_{bf} + d_w + \frac{t_{yf} - a_{T2}}{2} \right)}{A_{bf} + A_w + (t_{yf} - a_{T2}) b_{tf}}$$

$d_T$  = بعد مركز ثقل القسم المشدود من الجائز الفولاذي عن السطح السفلي له

- المحور المحايد يقع في جسد الجائز الفولاذي (الشكل 4-11):

إذا تحققت المعادلة التالية فإن المحور المحايد يقع في جسد الجائز الفولاذي:

$$A_{sr} f_{yr} + A_{tf} F_y < (A_{bf} + A_w) F_y$$

بأخذ مجموع القوى حول المحور الأفقي يتم الحصول على مكان موقع المحور المحايد في الجسد على بعد  $a_T$  من السطح السفلي للجناح العلوي للجائز الفولاذي أو:

$$A_{sr} f_{yr} + (A_{tf} + a_T t_w) F_y = A_{bf} F_y + (d_w - a_T) t_w F_y$$

$$a_T = \frac{(A_{bf} - A_{tf}) F_y - A_{sr} f_{yr} + d_w t_w F_y}{2 t_w F_y} \quad (4-27)$$

حيث:

$d_w$  و  $t_w$  = ارتفاع جذع مقطع الجائز الفولاذي وسماكته

$a_{T1}$  = المسافة بين مركز ثقل القسم المضغوط من الجائز الفولاذي وسطحه العلوي

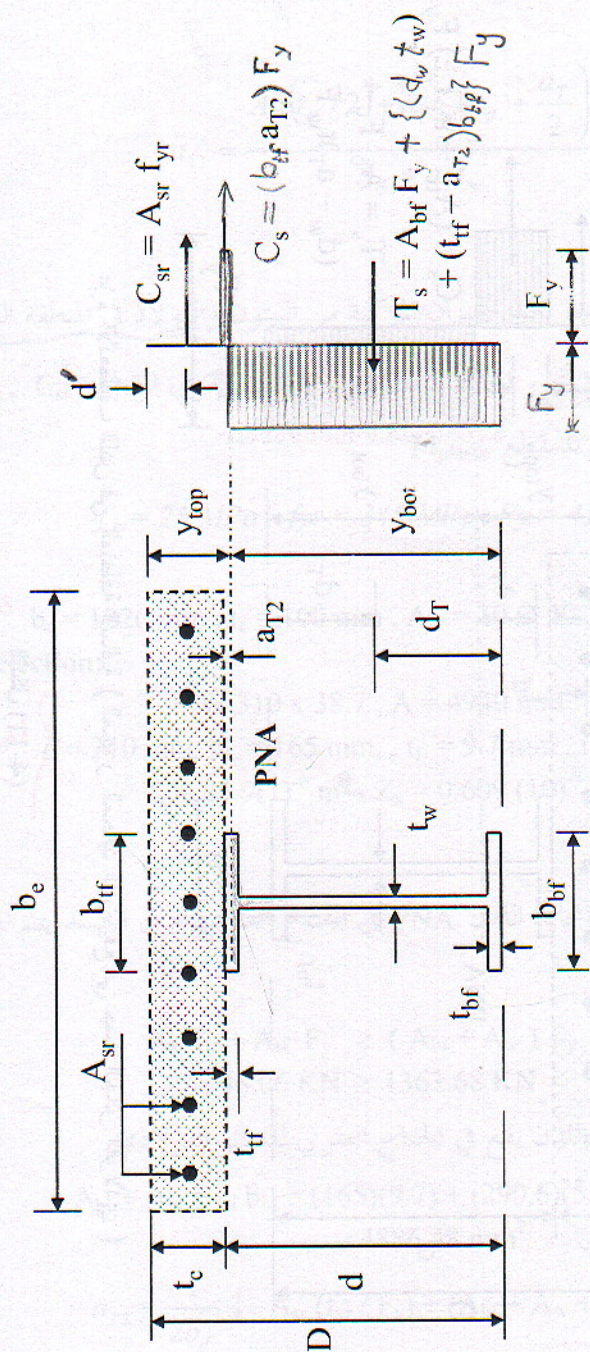
يحسب عزم الانعطاف اللدن حول  $T_s$  من العلاقة التالية:

$$M_{\text{plastic}} = C_{sr} (D - d' - d_T) + C_s (d - a_{T1} - d_T) \quad (4-28)$$

$$C_{sr} = A_{sr} f_{yr}, \quad C_s = (A_{tf} + a_T t_w) F_y$$

$$d_T = \frac{A_{bf} (t_{bf} / 2) + (d_w - a_T) t_w \left( t_{bf} + \frac{d_w - a_T}{2} \right)}{A_{bf} + (d_w - a_T) t_w}$$



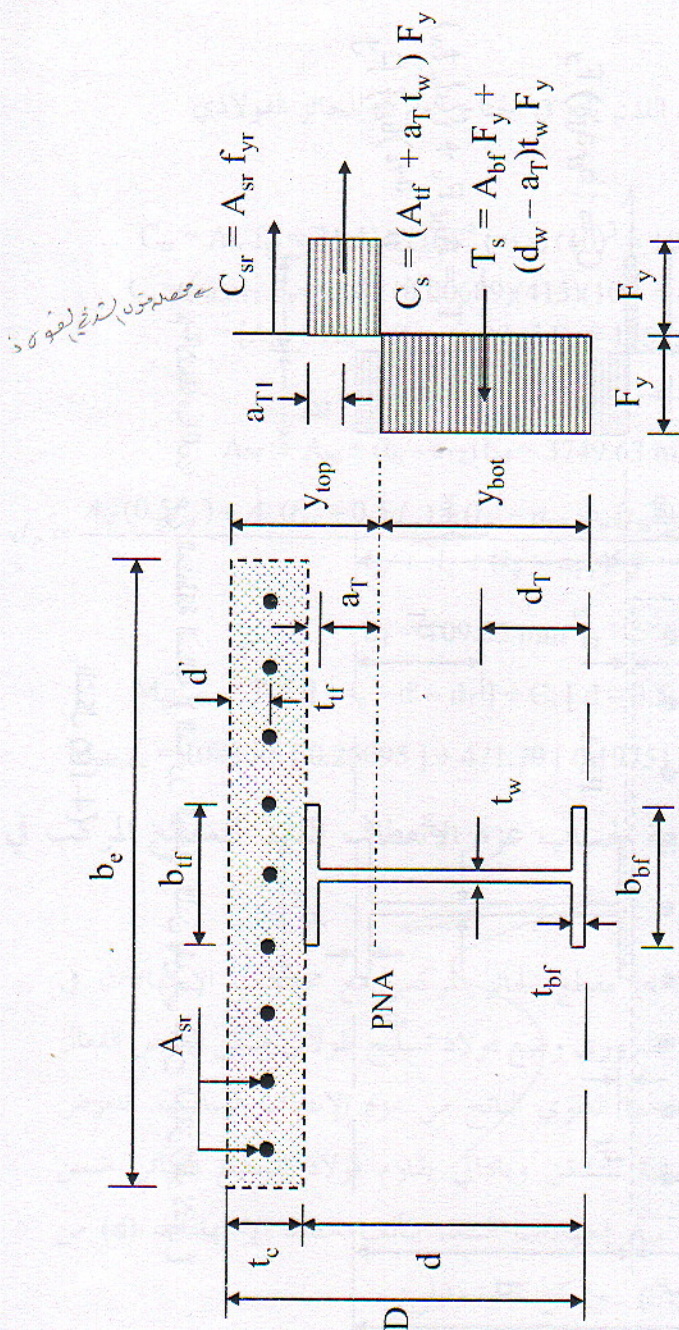


عزم الانطافال در في المنطقة السالبة ( المحور المحايد اللدن يقع في جناح الجائز الفولاني )

الشكل (4-10)



Where:



عزم الانعطاف اللدن في المنطقة السالبة ( المحور المحايد اللدن يقع في جسد الجائز الفولاذي )

الشكل (4-11)



$$a_{T1} = \frac{A_{yf} (t_{yf} / 2) + a_T t_w \left( t_{yf} + \frac{a_T}{2} \right)}{A_{yf} + a_T t_w}$$

المثال (4-6) :

يبين الشكل (4-10) مقطع أحد الجيزان المركبة من البيتون والفولاذ في المنطقة السالبة.

المطلوب : حساب موقع المحور المحايد للبدن  $a_{T2}$  وحساب القوى المقطعية  $T_s$ ,  $C_s$ ,  $C_{sr}$

ثم عزم الإنعطاف للبدن للمقطع  $M_{plastic}$

المعطيات:  $f'_c = 25 \text{ MPa}$ ,  $f_{yr} = 345 \text{ MPa}$ ,  $F_y = 415 \text{ MPa}$

Slab:

للبدن  $b_e = 1220 \text{ mm}$ ,  $t_c = 100 \text{ mm}$ ,  $A_{sr} = 10 \text{ } \varnothing 20$ ,  $d' = 50 \text{ mm}$

Steel Section:

للجائز الفولاذي  $W 310 \times 38.7$ ,  $A = 4940 \text{ mm}^2$   
 $d = 310 \text{ mm}$ ,  $b_f = 165 \text{ mm}$ ,  $t_f = 9.7 \text{ mm}$ ,  $t_w = 5.8 \text{ mm}$   
 $I_x = 84.9(10)^{-6} \text{ m}^4$ ,  $Z_x = 0.609(10)^{-3} \text{ m}^3$

الحل :

- لمعرفة موقع المحور المحايد للبدن PNA في الجناح العلوي أم في الجسد يتم تطبيق العلاقة التالية:

$$A_{sr} f_{yr} + A_{tf} F_y \geq (A_{bf} + A_w) F_y$$

$$1748.06 \text{ KN} \geq 1363.68 \text{ KN}$$

وهكذا فإن المحور المحايد للبدن يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي.

$$A_{bf} + A_w + t_{tf} b_{bf} = (165)(9.7) + (290.6)(5.8) + (9.7)(165) \\ = 4886.48 \text{ mm}^2$$

$$a_{T2} = \frac{1}{2b_{yf}} \left\{ -A_{sr} (f_{yr} / F_y) + (A_{bf} + A_w + t_{tf} b_{bf}) \right\}$$

$$a_{T2} = \frac{2141.6(345/415) + 4886.48}{2(165)} = 6.89 \text{ mm}$$

$$a_{T2} = 6.89 \text{ mm} < t_{tf} = 9.7 \text{ mm}$$



وهكذا فإن المحور المحايد اللدن يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي

- القوى المقطعية:

$$C_{sr} = A_{sr} f_{yr} = 31.416 (10)^{-4} (345) (10)^3 = 1083.85 \text{ KN}$$

$$C_s = b_{tf} a_{T2} F_y = .165 (0.00689)(415)(10)^3 = 471.79 \text{ KN}$$

$$T_s = [A_{bf} + A_w + (t_{tf} - a_{T2}) b_{tf}] F_y = 1556.10 \text{ KN}$$

- عزم الانعطاف اللدن:

$$A_{bf} + A_w + (t_{tf} - a_{T2}) b_{tf} = 3749.63 \text{ mm}^2$$

$$d_T = \frac{A_{bf} (0.5 t_{bf}) + A_w (t_{bf} + 0.5 d_w) + (t_{tf} - a_{T2}) b_{tf} [t_{bf} + d_w + 0.5 (t_{tf} - a_{T2})]}{A_{bf} + A_w + (t_{tf} - a_{T2}) b_{tf}}$$

$$d_T = 109.05 \text{ mm}$$

$$M_{plastic} = T_r [d + t_c - d' - d_T] + C_s [d - 0.5 a_{T2} - d_T]$$

$$M_{plastic} = 1083.85 [0.25095] + 471.79 [0.19751] = 365.18 \text{ KN}$$

#### 4-9 الطريقة التقريبية لحساب عزم الانعطاف اللدن للمقطع المركب في

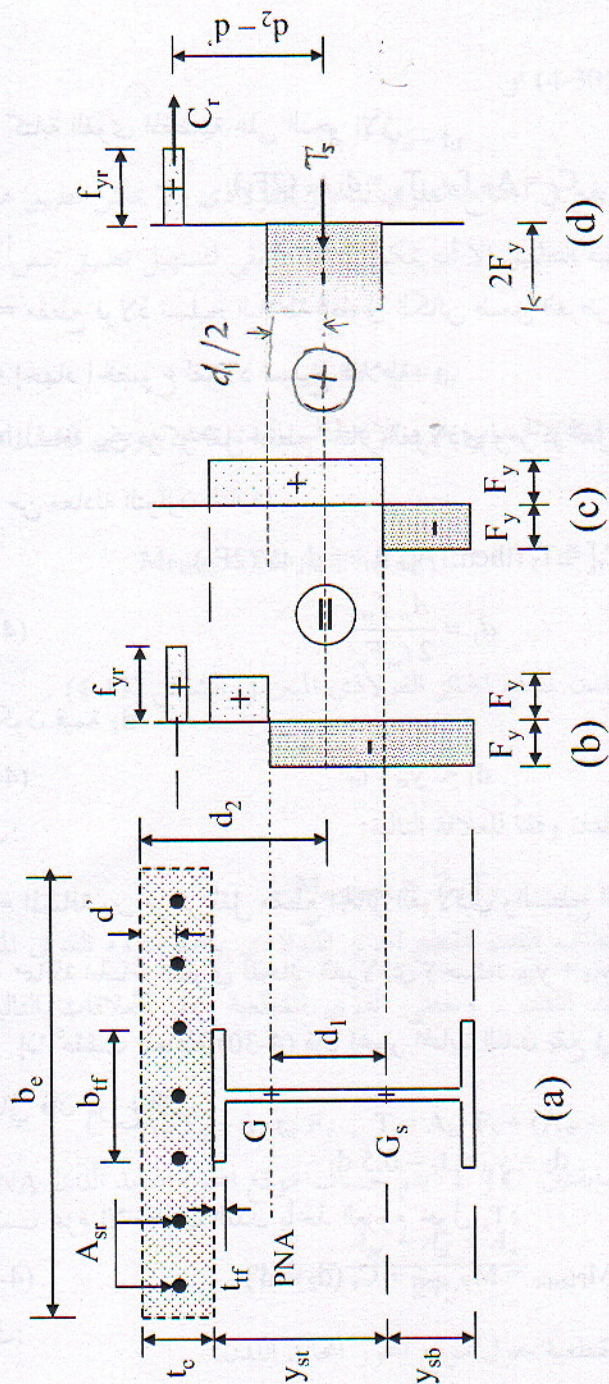
المنطقة السالبة

يبين الشكل (4-12) مقطع الجائز المركب مع مخططات الإجهادات في المنطقة السالبة. إنه لمن الضروري وضع فولاذ تسليح طولاني ضمن العرض الفعال للبلاطة لمنع تشقق سطحها العلوي الناتج من عزم الإنطاف السالب. تتعرض البلاطة في المنطقة السالبة للتشقق وبالتالي يقاوم فولاذ التسليح الكائن ضمن العرض الفعال للبلاطة  $A_{sr}$  إجهادات الشد. يتألف مخطط الإجهادات (d) من مجموع المخططين (b), (c). ويمكن كتابة مايلي:

مخطط الإجهادات (b) في المقطع = مخطط الإجهادات في مقطع الجائز الفولاذي (c)

فقط + مخطط الإجهادات في مقطع تسليح البلاطة ( $A_{sr}$ ) فقط (d)





عزم الانعطاف اللدن وفقاً للطريقة التقريرية في المنطقة السالبة

الشكل (4-12)



يمكن كتابة القوى المقطعية على النحو الآتي:

$$C_r = A_{sr} f_{yr}, T_s = d_l t_w (2F_y)$$

حيث:

$$A_{sr} = \text{مقطع فولاذ تسليح البلاطة الطولي الكائن ضمن العرض الفعال } b_e$$

$$f_{yr} = \text{إجهاد الخضوع لفولاذ تسليح البلاطة}$$

$$d_l = \text{المسافة بين مركز ثقل مقطع الجائز الفولاذي ومركز ثقل المقطع المركب، تحسب من معادلة التوازن التالية:}$$

$$C_r = T_s \text{ then: } A_{sr} f_{yr} = d_l t_w (2F_y)$$

$$d_l = \frac{A_{sr} f_{yr}}{2 t_w F_y} \quad (4-29)$$

قد تكون قيمة  $d_l$ :

$$d_l < y_{st} - t_{tf} \quad (4-30)$$

حيث:

$$y_{st} = \text{المسافة بين مركز ثقل مقطع الجائز الفولاذي والسطح العلوي له}$$

$$t_{tf} = \text{سماعة الجناح العلوي للجائز الفولاذي (حيث: } d = y_{st} + y_{sb} \text{)}$$

إذا تحققت المعادلة (4-30) فإن المحور المحايد اللدن يقع في جسد الجائز الفولاذي

وبالتالي فإن ذراع القوة:

$$d_2 = y_{st} + t_c - 0.5 d_l$$

ويحسب عزم الإنعطاف اللدن بأخذ العزوم حول  $T_s$ :

$$M_{Plastic} = M_{P, steel} + C_r (d_2 - d') \quad (4-31)$$

حيث:

$$M_{P, steel} = \text{عزم الإنعطاف اللدن لمقطع الجائز الفولاذي أو: } Z_x F_y$$

سيتم اشتقاقه في الفقرة اللاحقة .



وإذا لم تتحقق المعادلة (4-30) أو:

$$d_1 > y_{st} - t_{tf}$$

فإن المحور المحايد اللدن يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي ولا يمكن تطبيق هذه الطريقة لأنها تصبح صعبة التطبيق إلا أنه يمكن كتابة ما يلي لتسهيل تطبيق نفس العلاقة (4-31):

$$d_2 \approx t_c + t_{tf} \quad (4-32)$$

وتطبق نفس المعادلة (4-31) لحساب عزم الإنعطاف اللدن بعد تعويض قيمة  $d_2$  من العلاقة (4-32).

$$M_{Plastic} = M_{P, steel} + C_r [ (t_c + t_{tf}) - d' ] \quad (4-33)$$

المثال (4-7) :

أوجد عزم الإنعطاف اللدن لمقطع الجائز الفولاذي المبين في الشكل (4-13) .

الحل :

يعطى عزم الإنعطاف اللدن وفقاً للعلاقة التالية:

$$M_{s, plastic} = Z_x F_y$$

ويتم حساب عزم الإنعطاف اللدن لمقطع الجائز الفولاذي بأخذ عزوم القوى المقطعية حول موقع المحور المحايد اللدن . وتعطى القوى المقطعية وفقاً للعلاقات التالية من الشكل (4-13):

$$C = A_{tf} F_y + a_T t_w F_y , \quad T = A_{bf} F_y + (A_w - t_w a_T) F_y$$

ومن مساواة القوتين السابقتين  $C$  و  $T$  يتم حساب موقع المحور المحايد اللدن PNA:

$$a_T = \frac{A_{bf} - A_{tf} + A_w}{2 t_w} \quad (4-34)$$

ثم تؤخذ عزوم القوى المقطعية حول موقع المحور المحايد اللدن:

$$M_{s, plastic} = C_f [0.5 t_{tf} + a_T] + C_w [0.5 a_T] + T_w [0.5 (d_w - a_T)] \\ + T_f [0.5 t_{bf} + (d_w - a_T)]$$



$$M_{s, plastic} = \{ A_{tf} [0.5 t_{tf} + a_T] + t_w [0.5 a_T^2] + t_w [0.5 (d_w - a_T)^2] + A_{bf} [0.5 t_{bf} + (d_w - a_T)] \} F_y = Z_x F_y \quad (4-35)$$

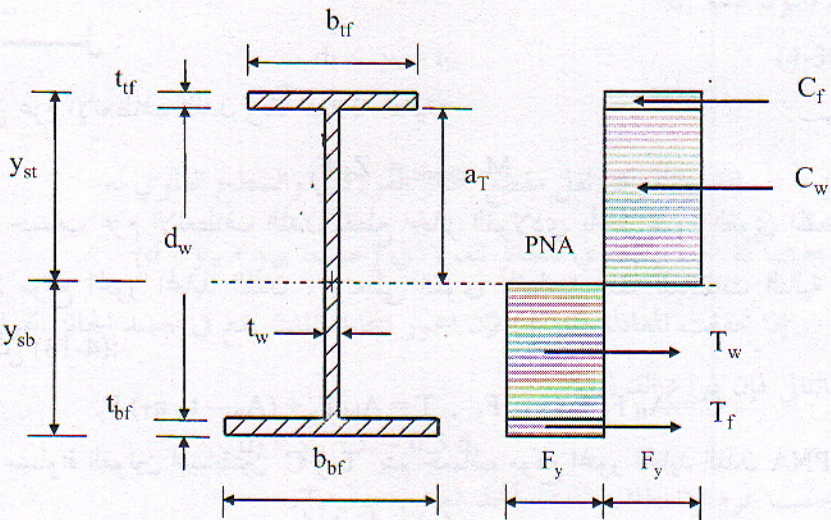
Where:

$$Z_x = A_{tf} [0.5 t_{tf} + a_T] + t_w [0.5 a_T^2] + t_w [0.5 (d_w - a_T)^2] + A_{bf} [0.5 t_{bf} + (d_w - a_T)] \quad (4-36)$$

حيث:

$Z_x$  = معامل المقطع اللدن Plastic section modulus. تعطى قيمته من جداول المنشآت المعدنية إذا كان مقطع بروفيليه، وإذا كان مقطع مشكل يتم حسابه من العلاقة (4-36).

وبتعويض قيمة  $a_T$  من المعادلة (4-34) في المعادلة (4-35) يتم الحصول على عزم الإنعطاف اللدن لمقطع الجائز الفولاذي.



الشكل (4-13) عزم الإنعطاف اللدن لمقطع الجائز الفولاذي

المثال (4-8) :

أعد حل المثال (4-6) وفقاً للطريقة التقريبية.

الحل :



$$d_1 = \frac{A_{sr} f_{yr}}{2 t_w F_y} = \frac{31.416(10)^4 (345)}{2 (0.0058)(415)} = 225.15 \text{ mm}$$

تطبيق المعادلة (4-30):  $d_1 < y_{st} - t_{if}$

$$d_1 = 225.15 > (310/2) - 9.7 = 145.30 \text{ mm}$$

إن المحور المحايد اللدن يقع في الجناح العلوي للجائز الفولاذي وبالتالي يجب تطبيق

العلاقة (4-32):

$$d_2$$

$$M_{\text{Plastic}} = M_{P, \text{steel}} + C_r (d_2 - d')$$

$$M_{\text{Plastic}} = 0.609 (10)^{-3} (415) + 31.416 (10)^{-4} (345) [0.1097 - 0.05]$$

$$M_{\text{Plastic}} = 317.44 \text{ KN.m}$$

مقارنة مع القيمة 365.18 KN في الطريقة الدقيقة.



الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول

الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول

الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول

الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول

الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول

الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول

الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول

الرموز التي تظهر في هذا الجدول هي رموز الشركة التي تم تصنيعها في  
 (2000-01) ٩٤  
 الخلية التي تظهر في الجدول