التمرين الأول : (3,5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

النقط $A(2,0,-1)$ و $B(2,4,2)$ و $C(3,3,3)$ و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي معادلتها الديكارتية هي :

$$x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$$

1,00 ن	1		بين أن مركز الفلكة $(\mathcal{S})$ هي النقطة $\Omega(2,2,4)$ و أن شعاعها يساوي 2 .
			ليكن $(\mathcal{P})$ المستوى المار من النقطة A و العمودي على (BC) .
0,75 ن	2		بين أن $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوى $(\mathcal{P})$.
1,00 ن	3	أ	بين أن المستوى $(\mathcal{P})$ يقطع الفلكة $(\mathcal{S})$ وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي 1 .
0,25 ن	3	ب	حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على $(\mathcal{P})$.
0,50 ن	3	ج	حدد مثلوث إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة (Γ) .

التمرين الثاني : (2,5 ن)

يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء و أربع بيدقات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

0,75 ن	1	ما هو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما أبيض ؟
0,75 ن	2	ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون ؟
1,00 ن	3	ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقل .؟

التمرين الثالث : (3,0 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\frac{1}{5}(u_n-4n-1) \quad ; \quad (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0=2 \end{cases}$$

1,00 ن	1		نضع : $v_n=u_n+n-1 \quad ; \quad (\forall n\in\mathbb{N})$ بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$.
0,50 ن	2	أ	أحسب v_n بدلالة n .
0,50 ن	2	ب	استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\infty} u_n$
			نضع : $T_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.
1,00 ن	3		بين أن : $T_n=\frac{1}{4}\left(5-\frac{1}{5^n}\right)$ و أن $(\forall n\in\mathbb{N}) \; ; \; S_n=T_n-\frac{(n+1)(n-2)}{2}$

www.baclive.blogspot.com

التمرين الرابع : (3,0 ن)

0,25 ن | 1 | تحقق من أن : $\left(\sqrt{2}+2i\right)^2 = -2+4\sqrt{2}\,i$

0,75 ن | 2 | حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-\left(\sqrt{2}+2\right)z+2+\sqrt{2}-\sqrt{2}i=0$

| 3 | نعتبر العددين العقديين : $z_1 = 1-i$ و $z_2 = 1+\sqrt{2}+i$

0,50 ن | 3 | أ | حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي z_1 .

1,00 ن | 3 | ب | بين أن : $z_1 z_2 = \sqrt{2}.\overline{z_2}$ ($\overline{z_2}$ هو مرافق z_2) .

و استنتج أن : $arg(z_1)+2arg(z_2) \equiv 0\ [2\pi]$

0,50 ن | 3 | ج | حدد عمدة العدد العقدي z_2 .

التمرين الخامس : (8,0ن)

I | لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $\boxed{g(x) = x-\frac{1}{x}-2\ln x}$

1,00 ن | I | 1 | بين أن : $\forall\, x \in]0;+\infty[\ ;\ g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$

ثم استنتج منحى تغيرات الدالة g على $]0\,;+\infty[$.

0,50 ن | I | 2 | بين أن : $g(x) \le 0$ لكل x من $]0\,;1]$ و أن $g(x) \le 0$ (لاحظ أن : $g(1)=0$)

II | نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $\boxed{f(x) = x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2}$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,75 ن | II | 1 | أ | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0,25 ن | II | 1 | ب | تحقق من أن : $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(x)\ ;\ (\forall\, x \in]0;+\infty[)$

0,50 ن | II | 1 | ج | أحسب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$) ثم أوِّل النتيجة هندسيا .

0,50 ن | II | 1 | د | بين أن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المقارب هو $y=x$.

1,50 ن | II | 2 | بين أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x}\ ;\ (\forall\, x \in]0;+\infty[)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1,00 ن | II | 3 | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن | II | 4 | أ | بين أن الدالة : $G : x \to x\ln x - x$ دالة أصلية للدالة $g : x \to \ln x$ على $]0;+\infty[$

0,75 ن | II | 4 | ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e (\ln x)^e\,dx = e-2$

0,75 ن | II | 4 | ج | حدد مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=e$.

www.baclive.blogspot.com