

MATEMÁTICA

Para Tudo passo-a-passo ilustrado

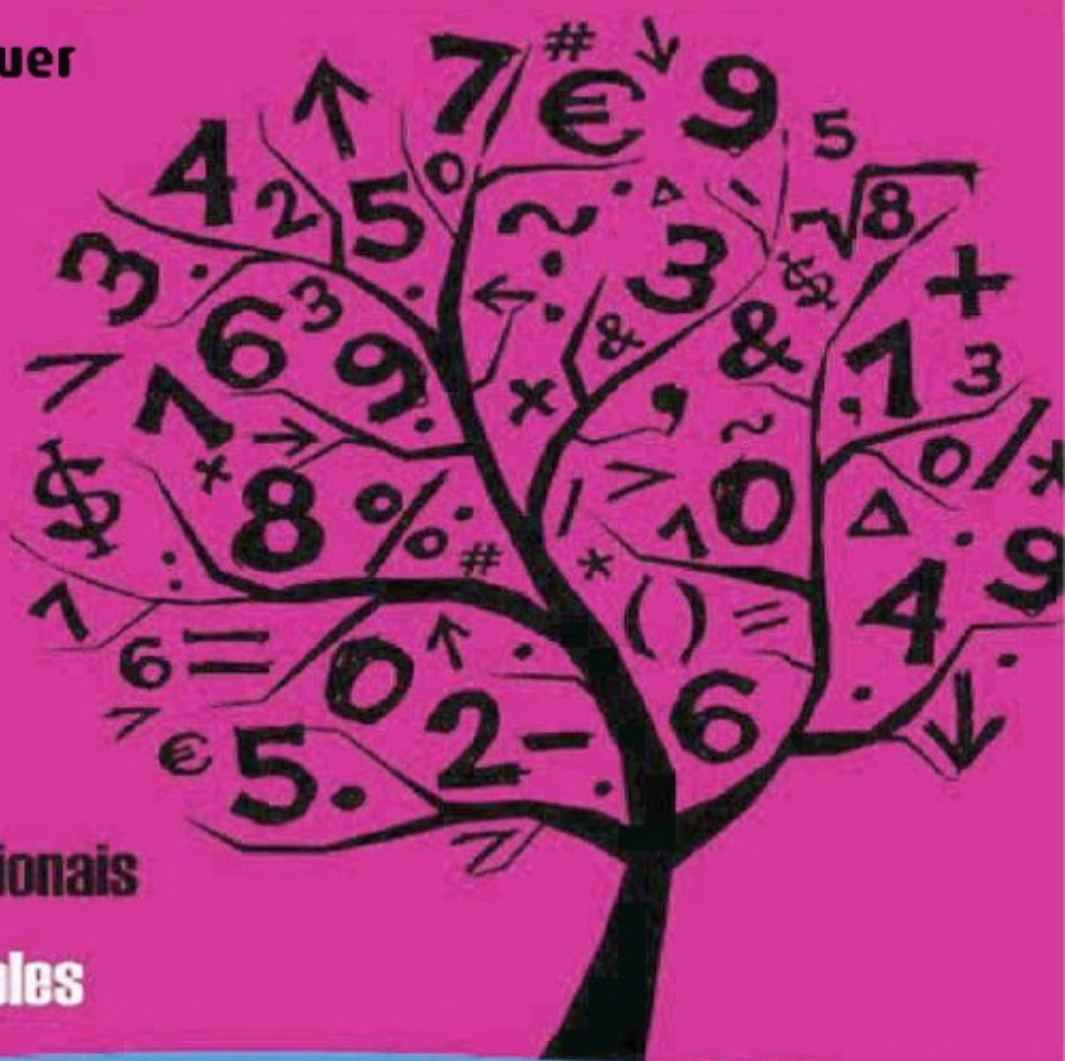
CASE
EDITORIAL

Operações fundamentais para cálculos

Essenciais para qualquer
prova e exame!

Aprenda fácil sobre:

- Propriedades da Radiciação
- Razão
- Proporção
- Escala
- Grandezas Proporcionais
- Regra de Três Simples



Expediente



Direção Geral
Joaquim Carqueijó

Gerência de Canais
Marco Marcondes

Gestão de Canais
Vanusa Batista, Sidney Almeida,
Cristina Quintão, Manoel Moura,
Fabiano Aprígio, Cassio Correia

Gestão Administrativa Financeira
Elisiane Freitas, Vanessa Pereira,
Flaviani Aprígio e Pedro Moura

Mídias Digitais
Clausilene Lima

Supervisão de Operações
Manoel Moura

Distribuição em Bancas e Livrarias
Total Express Publicações (Grupo Abril)

EDICASE EUROPA

Sócia-gerente
Adriana Andrade
adriana@edicase.com.br

Distribuição em Portugal:
Vasp e Urbanos



Publisher
Joaquim Carqueijó

Direção Editorial
Gabriela Magalhães

Atendimento ao Leitor
Redação
atendimento@caseeditorial.com.br

Redação
Matilde Freitas e Saula Lima

Direção de Arte
Tami Oliveira

Design
Ligia Fagundes, Julio Cesar Prava
e Manu Lopes

Edições Anteriores
www.caseeditorial.com.br

Vendas no Atacado
(11) 3772-4303
sidney@edicase.com.br
vanusa@edicase.com.br

Produto desenvolvido por:





Fabio Coulart Maldonado
tao_consult@yahoo.com.br

Editora Filiada



PROIBIDA A REPRODUÇÃO
total ou parcial sem prévia autorização da editora.

PRESTIGE O JORNALISMO
contribua para a melhoria da leitura

www.caseeditorial.com.br |    /caseeditorial



CASE EDITORIAL

A maior VARIEDADE
em SEGMENTOS de
REVISTAS do BRASIL!

COMPRA PELA LOJA VIRTUAL
loja.caseeditorial.com.br



Simplificação de Radicais

Podemos simplificar (dividindo) o índice (n) do radical ($\sqrt{\quad}$) e o expoente (m) do radicando por um mesmo número sem alterar o valor de uma raiz aritmética. Veja:

$$\sqrt[n]{a^m}$$

Exemplo: ${}^6\sqrt{5^4} \rightarrow {}^{6:2}\sqrt{5^{4:2}} \rightarrow {}^3\sqrt{5^2}$

$${}^9\sqrt{2^6} \rightarrow {}^{9:3}\sqrt{2^{6:3}} \rightarrow {}^3\sqrt{2^2}$$

$${}^4\sqrt{3^6} \rightarrow {}^{4:2}\sqrt{3^{6:2}} \rightarrow {}^2\sqrt{3^3}$$

$${}^9\sqrt{4^{18}} \rightarrow {}^{9:3}\sqrt{4^{18:3}} \rightarrow {}^{3:3}\sqrt{4^{6:3}} \rightarrow {}^1\sqrt{4^2} \rightarrow 4^2 \rightarrow 16$$

... Observação ...

Podemos fazer mais de uma simplificação. Observe que quando o índice da raiz resultar em 1 significa que a base perdeu o radical. A raiz foi eliminada.

Raiz de um produto

O produto das raízes aritméticas dos fatores é igual à raiz aritmética de um produto. Veja:

Novamente, a condição para as transformações é que os radicandos sejam não nulos, ou seja, maiores que zero.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Exemplo: $\sqrt{196}$

Primeiramente, dividimos a base pelo menor divisor (número primo) até que reste 1 (fatoração).

Fatoração:

$$\begin{array}{r|l} 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 196 \\ 98 \\ 49 \\ 7 \\ 1 \end{array}} \right\} \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7}$$

Colocamos os números dentro da raiz e transformamos em potência.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt{2^2 \cdot 7^2} \rightarrow \sqrt[2]{2^2} \cdot \sqrt[2]{7^2} \rightarrow 2 \cdot 7 \rightarrow 14$$

... Observação ...

Observe que quando o índice é igual ao expoente do radicando (no caso, 2 oculto) podemos eliminar ambos.

Deste modo (e neste caso), eliminamos completamente os radicais (raízes) chegando à um resultado inteiro. Veja outros casos:

$$\sqrt{81} \rightarrow \begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} \rightarrow \sqrt{3^2 \cdot 3^2} \rightarrow \sqrt[2]{3^2} \cdot \sqrt[2]{3^2} \rightarrow 3 \cdot 3 \rightarrow 9$$

$$\sqrt{50} \rightarrow \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 5} \rightarrow \sqrt{2 \cdot 5^2} \rightarrow \sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[2]{5^2} \rightarrow 5 \sqrt[2]{2}$$

Observe que nem sempre conseguimos eliminar os radicais.

$$\begin{array}{r|l}
 81 & 3 \\
 27 & 3 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 81 \\ 27 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 3\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} \rightarrow 3\sqrt{3 \cdot 3^3} \rightarrow 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3^3} \rightarrow 3 \cdot 3\sqrt{3} \end{array}$$

O objetivo é simplificar os produtos das raízes e tentar eliminar os radicais.

$$\begin{array}{r|l}
 180 & 2 \\
 90 & 2 \\
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 180 \\ 90 \\ 45 \\ 15 \\ 5 \\ 1 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} \rightarrow \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} \rightarrow \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} \rightarrow 6\sqrt{5} \end{array}$$

Adição e Subtração de Radicais

O passo anterior nos mostrou como simplificar um radical para facilitar operações como a Adição e Subtração. A regra para estas duas operações é: simplificar os radicais (quando possível à um mesmo radicando) e realizar a adição ou subtração:

$$2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = ? \rightarrow 9\sqrt{5}$$

mesmos radicais = adição ou subtração

$$\sqrt{64} - \sqrt{36} = ?$$

$$\rightarrow \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2} - \sqrt{2^2 \cdot 3^2} \text{ ——— simplificar por fatoração}$$

$$\rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 \text{ ——— eliminar os radicais}$$

$$\rightarrow 8 - 6 = 2$$

$$\sqrt{45} + 5\sqrt{20} = ?$$

$$\rightarrow \sqrt{3^2 \cdot 5} + 5\sqrt{2^2 \cdot 5}$$

$$\rightarrow 3\sqrt{5} + 5 \cdot 2\sqrt{5}$$

$$\rightarrow 3\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$$

$$\rightarrow 13\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} + {}^3\sqrt{27} - {}^4\sqrt{4} = ?$$

$$\rightarrow \sqrt{2^2 \cdot 2} + {}^3\sqrt{3^3} - {}^4\sqrt{2^2}$$

$$\rightarrow 2\sqrt{2} + 3 - {}^{4:2}\sqrt{2^{2:2}}$$

$$\rightarrow 2\sqrt{2} + 3 - 1\sqrt{2}$$

$$\rightarrow 1\sqrt{2} + 3$$

$$\rightarrow \sqrt{2} + 3$$

Multiplicação de Radicais

Podemos realizar a multiplicação de Radicais pela igualdade da fórmula apresentada desde que a e b sejam maiores que zero:

$${}^n\sqrt{a} \cdot {}^n\sqrt{b} = {}^n\sqrt{a \cdot b}$$

... Observação ...

Observe que esta igualdade é a mesma apresentada na página 4 - "Raiz de um produto".

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = ? \rightarrow \sqrt{5 \cdot 3} \rightarrow \sqrt{15}$$

$$2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = ?$$

$$\rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 1 \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 6}$$

$$\rightarrow 10\sqrt{36}$$

$$\rightarrow 10\sqrt{2^2 \cdot 3^2}$$

$$\rightarrow 10 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\rightarrow 60$$

... Conclusão ...

Na multiplicação de Radicais (com índice igual) devemos juntar o que é radical, juntar o que não é, simplificar o radicando por fatoração e tentar eliminar os radicais.

Divisão de Radicais

Do mesmo modo da multiplicação de Radicais pela igualdade, a divisão também se aplica pelo mesmo raciocínio:

$${}^n\sqrt{a} : {}^n\sqrt{b} = {}^n\sqrt{a:b}$$

Esta igualdade é a mesma apresentada no item anterior, mas com sinal de divisão.

$${}^3\sqrt{15} : {}^3\sqrt{3} = ? \rightarrow {}^3\sqrt{15:3} \rightarrow {}^3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{60} : \sqrt{15} = ?$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}} \rightarrow \sqrt{\frac{60}{15}} \text{ — resolver os radicandos}$$

$$\rightarrow \sqrt{4} \rightarrow \sqrt{2^2} \text{ — eliminar os radicais} \rightarrow 2$$

... Conclusão ...

Na divisão de Radicais (com índice igual) devemos juntar os radicandos sob raiz de mesmo índice, resolver ou simplificar o radicando e tentar eliminar os radicais.

Potenciação de Radicais

Raízes com potência podem ser escritas com a seguinte igualdade:

$$({}^n\sqrt{a})^m = {}^n\sqrt{a^m}$$

$$({}^3\sqrt{5})^4 = ? \rightarrow {}^3\sqrt{5^4}$$

$$({}^5\sqrt{2})^2 = ? \rightarrow {}^5\sqrt{2^2}$$

$$({}^{\sqrt{7}})^3 = ? \rightarrow \sqrt{7^3}$$

$$({}^4\sqrt{6})^{-3} = ? \rightarrow {}^4\sqrt{6^{-3}}$$

Raiz de Raiz

A raiz de uma raiz se dá pela multiplicação de seus índices:

$${}_m\sqrt{{}_n\sqrt{a}} = {}_{m.n}\sqrt{a}$$

$$\sqrt{\sqrt{3}} = ? \rightarrow {}^{2.2}\sqrt{3} \rightarrow {}^4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5}\sqrt{8} = ? \rightarrow {}^{2.5}\sqrt{8} \rightarrow {}^{10}\sqrt{8}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{5}}} = ? \rightarrow {}^{2.3.2}\sqrt{5} \rightarrow {}^{12}\sqrt{5}$$

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}} = ? \rightarrow {}^{2.2.2}\sqrt{3} \rightarrow {}^8\sqrt{3}$$

Grandeza Diretamente Proporcional

Duas ou mais grandezas são Diretamente Proporcionais quando a Razão entre seus valores é sempre constante. Veja:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{7}{21}$$

Todas essas Razões, simplificando, resultam em $1/3$ ou um terço

Grandeza Inversamente Proporcional

Duas ou mais grandezas são Inversamente Proporcionais quando o produto entre seus valores é sempre constante. Veja:

$$\frac{1}{12} = \frac{2}{6} = \frac{3}{4}$$

O produto destas Razões $(1.12) = (2.6) = (3.4)$ resulta sempre em 12, portanto são Razões inversamente proporcionais

Razão

Chamamos de Razão quando um número está para outro, ou seja, a razão entre dois números a e b (sendo b diferente de 0) é o quociente de a por b . É a relação de comparação entre duas grandezas.

Exemplo:

A razão de 24 para 4 é $\frac{24}{4}$. Lê-se que 24(a) está para 4(b): $\frac{a}{b}$

$\begin{array}{c} 24 \\ \\ a \\ \\ \text{antecedente} \end{array}$	$\begin{array}{c} 4 \\ \\ b \\ \\ \text{consequente} \end{array}$
--	---

É comum aparecerem questões sobre razão que devem ser interpretadas como a relação de comparação entre grandezas:

Um carro percorre 30 km em 15 minutos. A razão entre o espaço percorrido e o tempo gasto é 30 para 15 ou:

$$\frac{30 \text{ km}}{15 \text{ min}} \xrightarrow{\div 15} \frac{2 \text{ km}}{1 \text{ min}}$$

Simplificando, podemos dizer que o carro percorre 2 quilômetros em 1 minuto.

A razão entre 2 m de um barbante e 5 m de um outro é:

$$\frac{2}{5} \rightarrow 0,4$$

A palavra razão vem do latim (*ratio*) e significa divisão.

Dos 1610 inscritos no exame passaram apenas 230 candidatos. A razão entre os candidatos aprovados e o número de inscritos no exame é:

$$\frac{230}{1610} \xrightarrow{\div 230} \frac{1}{7}$$

Simplificando, podemos dizer que de cada 7 candidatos inscritos, 1 foi aprovado.

Proporção

Chamamos de Proporção a relação de igualdade entre duas Razões. É exemplificada pela igualdade a seguir (sendo todos os números diferentes de zero):

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Diz-se que a está para b (razão) assim como (proporção) c está para d (razão).

Os números a e d são chamados “extremos” enquanto os números b e c são chamados “meios”. Com isso, vale a propriedade:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

O produto dos meios é igual ao produto dos extremos: $a \cdot d = b \cdot c$

Portanto, quando se pede para determinar o valor de “ x ” em uma proporção temos por exemplo:

Exemplo 1: $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$

$$b \cdot c = a \cdot d$$

$$\rightarrow 4 \cdot x = 3 \cdot 20$$

$$\rightarrow 4x = 60$$

$$\rightarrow x = 60:4$$

$$\rightarrow x = 15$$

Exemplo 2: $\frac{x}{4} = \frac{9}{12}$

$$d \cdot a = b \cdot c$$

$$\rightarrow 12 \cdot x = 4 \cdot 9$$

$$\rightarrow 12x = 36$$

$$\rightarrow x = 36:12$$

$$\rightarrow x = 3$$

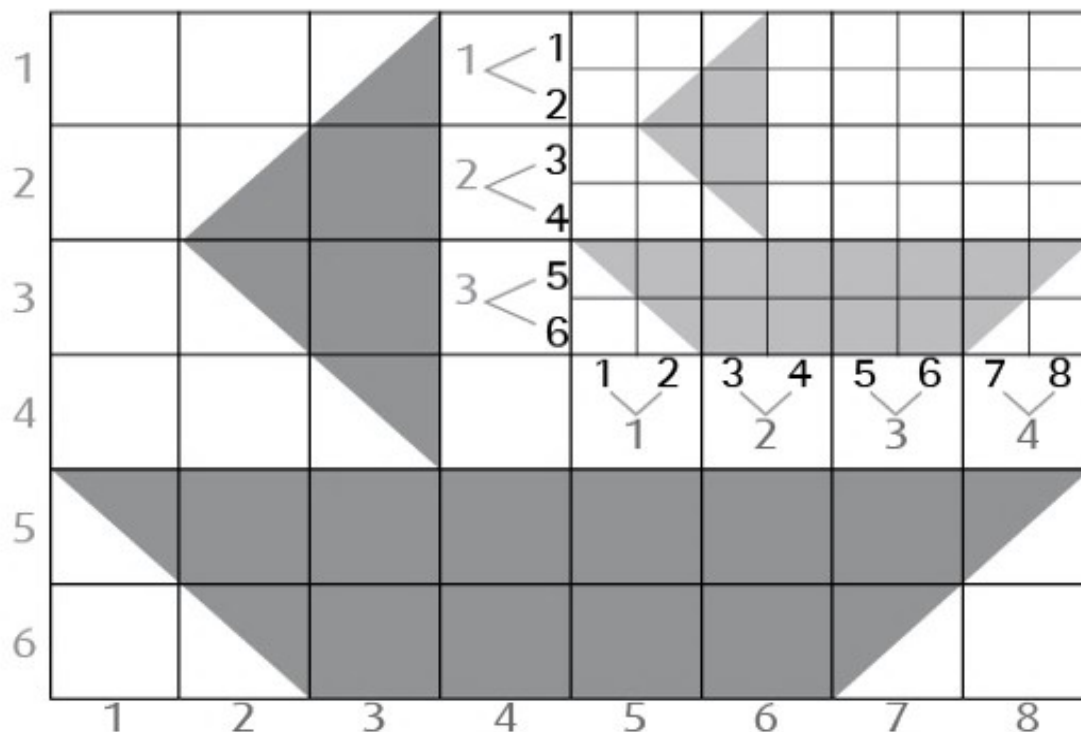
Exemplo 2: $\frac{3}{4} = \frac{6}{9}$ $a \cdot d = b \cdot c$ $\rightarrow 3 \cdot 9 = 4 \cdot 6$

$\rightarrow 27 = 24$

Não é proporção, pois não há igualdade.

Escala

Chamamos de Escala a Razão entre um comprimento no desenho (ou mapa/carta geográfica) e o comprimento real correspondente, medidos na mesma unidade de comprimento. A Escala é usada na ampliação ou redução, veja abaixo:



Base do barco maior: 8 unidades

Base do barco menor: 4 unidades

Altura do barco maior: 6 unidades

Altura do barco menor: 3 unidades

$$\frac{4}{8} = \frac{3}{6} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

É proporção, pois há igualdade.

O barco menor corresponde ao tamanho no desenho enquanto que o barco maior corresponde ao tamanho real. Diz-se que o desenho foi reduzido à metade ($1/2$), na mesma proporção.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Comprimento no desenho}}{\text{Comprimento real}}$$

Em exemplo mais prático: qual é a escala do desenho em que um comprimento real de 300 cm está representado por um comprimento no desenho de 3 cm?

$$\text{Escala} = \frac{\text{Comprimento no desenho}}{\text{Comprimento real}}$$

$$\text{Escala} = \frac{3}{300} \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{100} \text{ ou } 1:100$$

Exemplo de desenho de arquitetura: na planta de uma casa foi usada a escala 1:100. Verificando que o comprimento de uma sala é 7,3 cm, qual o comprimento real da sala?

$$\text{Proporcionalmente } \frac{1}{100} = \frac{7,3}{x}$$

$$\rightarrow 1 \cdot x = 100 \cdot 7,3$$

$$\rightarrow x = 730 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad 7,30 \text{ metros}$$

Exemplo de carta geográfica: em uma mapa do estado de Goiás cuja escala é 1:10.000.000, a distância entre Goiás e Anápolis é marcada como 1,5 cm. Qual a distância real em km entre Goiás e Anápolis?

$$\text{Proporcionalmente } \frac{1}{10.000.000} = \frac{1,5}{x}$$

$$\rightarrow 1 \cdot x = 10.000.000 \cdot 1,5$$

$$\rightarrow x = 15.000.000 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad 150 \text{ quilômetros}$$

... Importante ...

Perceba que uma série de unidades de medidas são utilizadas. Tome cuidado para calcular ou responder com as mesmas unidades. Veja essa conversão no próximo assunto.

Conversão de Medidas

Quase todas as conversões de medidas seguem um mesmo padrão de múltiplos e submúltiplos. É fundamental saber quais são as principais pois são exigidas em questões de todo tipo.

Medidas de Comprimento

Metro é a unidade fundamental das medidas de comprimento. As medidas maiores que o metro são os múltiplos do metro, as medidas menores que o metro são os submúltiplos do metro.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
múltiplos			fundamental	submúltiplos		
			1,			
		1	0,	1		
	1	0	0,	0	1	
1	0	0	0,	0	0	1

Portanto, para fazer qualquer relação com as medidas de comprimento basta ter em mente a tabela acima. Colocaremos o valor partindo de sua própria célula, estendendo-se à esquerda. Por exemplo, no caso da transformação de 15.000.000 cm em km:

O que queremos transformar é 15.000.000 cm. Distribua o valor partindo da célula da unidade (cm) sentido à esquerda.

		km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	5	0	0	0	0	0	0	

15.000.000 cm

Visualize somente a casa do “km” → 15.000.000 cm = 150 km

Visualizando outras casas: 1.500 hm ou 150.000 m

Medidas de Capacidade

Da mesma maneira que o Metro, Litro é a unidade fundamental das medidas de capacidade. A tabela é a mesma, só mudam os nomes.

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
quilolitro	hectolitro	decalitro	metro	decilitro	centilitro	mililitro
múltiplos			fundamental	submúltiplos		
			1,			
		1	0,	1		
	1	0	0,	0	1	
1	0	0	0,	0	0	1

Medidas de Massa

Da mesma maneira que o Metro, Grama é a unidade fundamental das medidas de massa. Novamente, a tabela é a mesma, só mudam os nomes.

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
múltiplos			fundamental	submúltiplos		
			1,			
		1	0,	1		
	1	0	0,	0	1	
1	0	0	0,	0	0	1

Regra de Três Simples

A Regra de Três Simples é o tipo de problema que envolve duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais (página 11).

A primeira coisa a fazer é descobrir se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Veja os seguintes casos:

1º - Uma torneira, completamente aberta, leva 33 segundos para encher um balde de 20 litros. Quanto tempo seria necessário para essa mesma torneira encher uma piscina de 1240 litros?

Nesse problema aparecem duas grandezas: tempo para encher e capacidade de um recipiente. É fácil perceber que, se aumenta a capacidade do recipiente (balde/piscina), aumenta o tempo que a torneira leva para enchê-lo. Portanto são grandezas diretamente proporcionais (uma grandeza aumenta à proporção que a outra também aumenta). Portanto:

$$\begin{array}{lcl} \frac{33 \text{ segundos}}{x \text{ segundos}} & \text{— é o tempo para encher —} & \frac{20 \text{ litros}}{1240 \text{ litros}} \end{array}$$

Quando as grandezas são diretamente proporcionais, multiplicamos as frações em cruz:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a.d = b.c$$

$$\frac{33 \text{ segundos}}{x} \times \frac{20 \text{ litros}}{1240 \text{ litros}} \rightarrow \text{multiplicando em cruz...}$$

$$\rightarrow x.20 = 33.1240 \rightarrow x = \frac{33.1240}{20} \rightarrow x = \frac{40920}{20} \rightarrow x = 2046$$

Resposta: serão necessários 2046 segundos para a torneira encher a piscina de 1240 litros.

2º - Um carro, à velocidade constante de 50 km/h, vai de São Paulo ao Rio de Janeiro em 8 horas. Se o mesmo carro desenvolvesse a velocidade constante de 80 km/h, em quanto tempo faria o mesmo percurso?

Nesse problema aparecem duas grandezas: velocidade do carro e tempo de percurso. É fácil perceber que, se aumenta a velocidade do carro, diminui o tempo do percurso. Portanto são grandezas inversamente proporcionais (uma grandeza aumenta à proporção que a outra diminui). Portanto:

À — $\frac{50 \text{ km/h}}{80 \text{ km/h}}$ — o percurso é percorrido em — $\frac{8 \text{ horas}}{x \text{ horas}}$

Observe que, quando as grandezas são inversamente proporcionais, invertemos uma das razões:

Diretamente
Proporcionais

Inversamente
Proporcionais

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{b} \neq \frac{d}{c} \rightarrow a \cdot c = b \cdot d$$

Inversamente proporcionais

$$\frac{50 \text{ km/h}}{80 \text{ km/h}} = \frac{8 \text{ horas}}{x \text{ horas}} \rightarrow \frac{50 \text{ km/h}}{80 \text{ km/h}} \neq \frac{x \text{ horas}}{8 \text{ horas}} \rightarrow$$

multiplicando em cruz... $\rightarrow 80 \cdot x = 50 \cdot 8$

$$\rightarrow x = \frac{50 \cdot 8}{80} \rightarrow x = \frac{400}{80} \rightarrow x = 5$$

Resposta: o carro faria o percurso em 5 horas.

3º - Três torneiras iguais, completamente abertas, enchem um tanque em 2 horas e 24 minutos. Se, ao invés de 3 torneiras usássemos 5 torneiras, em quanto tempo o mesmo tanque ficaria cheio?

Mesmo raciocínio para perceber duas grandezas: número de torneiras e tempo para encher o tanque. É fácil perceber que se aumentar o número de torneiras, diminui o tempo para encher o tanque. Portanto são grandezas inversamente proporcionais (uma grandeza aumenta à proporção que a outra diminui). Portanto:

$$\begin{array}{l} \frac{3 \text{ torneiras}}{5 \text{ torneiras}} \text{ — enchem o tanque em — } \frac{144 \text{ minutos}}{x \text{ minutos}} \end{array}$$

$$\frac{3 \text{ torneiras}}{5 \text{ torneiras}} = \frac{144 \text{ min}}{x \text{ min}} \rightarrow \frac{3 \text{ torneiras}}{5 \text{ torneiras}} \times \frac{x \text{ min}}{144 \text{ min}} \rightarrow$$

Inversamente proporcionais

$$\text{multiplicando em cruz...} \rightarrow 5 \cdot x = 3 \cdot 144$$

$$\rightarrow x = \frac{3 \cdot 144}{5} \rightarrow x = \frac{432}{5} \rightarrow x = 86,4$$

... Importante ...

Muito cuidado para que, na divisão "432:5" com resto, você não forneça o resultado "86,4" pois tratam-se de minutos (86 inteiros) e segundos (resto em segundos)

$$\begin{array}{r}
 \widehat{432} \overline{) 5} \\
 \underline{40} \quad \downarrow \text{minutos} \quad 86 \text{ minutos} \\
 032 \\
 \underline{30} \\
 2 \text{ minutos}
 \end{array}$$

Para continuar esta divisão devemos transformar os 2 minutos (resto) em segundos pois não são divisíveis por 5.

$$2 \text{ minutos} \cdot 60 \text{ segundos} = 120 \text{ segundos}$$

Multiplicamos o resto por 60.

$$\begin{array}{r}
 \widehat{120} \overline{) 5} \\
 \underline{10} \quad \downarrow \text{segundos} \quad 24 \text{ segundos} \\
 020 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}$$

$$x = 86 \text{ minutos e } 24 \text{ segundos}$$

Resposta: serão necessários 86 minutos e 24 segundos para as 5 torneiras encherem o tanque.

Questões Clássicas sobre Proporção

1º - Divida o número 80 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5.

a) - Temos que determinar três números que chamaremos x , y e z .

b) - A soma destes três números é 80, então: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 80$

c) - A divisão será em partes proporcionais, logo: $x = y = z$

d) - Para calcularmos x , y e z , acharemos o coeficiente de proporcionalidade, então:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \quad \rightarrow \quad \frac{x + y + z}{2 + 3 + 5} \quad \rightarrow \quad \frac{80}{10} \quad \rightarrow \quad 8$$

O número 8 é o coeficiente de proporcionalidade.

e) - Agora determinamos os valores x , y e z igualando as razões ao coeficiente de proporcionalidade, independentemente:

$$\textcircled{x} \quad \frac{x}{2} = \frac{8}{1} \quad \rightarrow \quad 1 \cdot x = 2 \cdot 8 \quad \rightarrow \quad x = 16$$

$$y \quad \frac{y}{3} = \frac{8}{1} \rightarrow 1 \cdot y = 3 \cdot 8 \rightarrow y = 24$$

$$z \quad \frac{z}{5} = \frac{8}{1} \rightarrow 1 \cdot z = 5 \cdot 8 \rightarrow z = 40$$

Resposta: $x = 16$, $y = 24$ e $z = 40$

2º - Divida o número 52 em partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 4.

a) Temos que determinar três números que chamaremos x , y e z .

b) A soma destes três números é 52, então: $x + y + z = 52$

c) Desta vez, a divisão será em partes inversamente proporcionais, logo x , y e z são proporcionais ao inverso dos números 2, 3 e 4.

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} \rightarrow \frac{x + y + z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

... Importante ...

Aqui precisamos relembrar as propriedades do MMC.

MMC

$$\begin{array}{r|l}
 2, 3, 4 & 2 \\
 1, 3, 2 & 2 \\
 1, 3, 1 & 3 \\
 1, 1, 1 & 2 \cdot 2 \cdot 3
 \end{array}$$

Na soma ou subtração de denominadores diferentes reduzimos com MMC:

MMC dos denominadores (2, 3, 4) = ?

$$\text{MMC}(2, 3, 4) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{x+y+z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \rightarrow \frac{52}{\frac{(12:2)+(12:3)+(12:4)}{12}} \rightarrow \frac{52}{\frac{6+4+3}{12}} \rightarrow \frac{52}{\frac{13}{12}}$$

Na divisão de frações, invertemos a segunda fração e multiplicamos em linha.

d) Sendo assim, acharemos o coeficiente de proporcionalidade:

$$\rightarrow \frac{52}{1} \cdot \frac{12}{13} \rightarrow \frac{52 \cdot 12}{1 \cdot 13} \rightarrow \frac{624}{13} \rightarrow 48$$

e) Agora, determinamos os valores x, y e z igualando as razões ao coeficiente de proporcionalidade, independentemente:

$$\textcircled{x} \quad \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{48}{1} \quad \rightarrow \quad 1 \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 48 \quad \rightarrow \quad x = \frac{48}{2} \quad \rightarrow \quad x = 24$$

$$\textcircled{y} \quad \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{8}{1} \quad \rightarrow \quad 1 \cdot y = \frac{1}{3} \cdot 48 \quad \rightarrow \quad y = \frac{48}{3} \quad \rightarrow \quad y = 16$$

$$\textcircled{z} \quad \frac{z}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{1} \quad \rightarrow \quad 1 \cdot z = \frac{1}{4} \cdot 48 \quad \rightarrow \quad z = \frac{48}{4} \quad \rightarrow \quad z = 12$$

Resposta: $x = 24$, $y = 16$ e $z = 12$

3º - Determine os números x , y , z e w , diretamente proporcionais a 6, 3, 9 e 15, sabendo que $x + 3y + 4z + 5w = 252$.

a) Primeiramente temos que determinar quatro números já determinados x , y , z e w , diretamente proporcionais. Então:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{9} = \frac{w}{15}$$

b) Sabemos que $x + 3y + 4z + 5w = 252$, portanto, temos que multiplicar antecedente e conseqüente de cada razão pelo seu correspondente múltiplo, então:

$$1x + 3y + 4z + 5w = 252$$

$$\frac{x}{6} \cdot 1 = \boxed{\frac{x}{6}} \quad \frac{y}{3} \cdot 3 = \boxed{\frac{3y}{9}} \quad \frac{z}{9} \cdot 4 = \boxed{\frac{4z}{36}} \quad \frac{w}{15} \cdot 5 = \boxed{\frac{5w}{75}}$$

Desta forma podemos achar o coeficiente de proporcionalidade:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{9} = \frac{w}{15} \rightarrow \boxed{\frac{x}{6}} = \boxed{\frac{3y}{9}} = \boxed{\frac{4z}{36}} = \boxed{\frac{5w}{75}}$$

$$\rightarrow \frac{x + 3y + 4z + 5w}{6 + 9 + 36 + 75} \rightarrow \frac{252}{126} \rightarrow 2$$

O número 2 é o coeficiente de proporcionalidade.

c) Agora determinamos os valores x , y , z e w igualando as razões ao coeficiente de proporcionalidade, independentemente:

$$\textcircled{x} \quad \frac{x}{6} = \frac{2}{1} \rightarrow 1 \cdot x = 6 \cdot 2 \rightarrow x = 12$$

$$\textcircled{y} \quad \frac{y}{3} = \frac{2}{1} \rightarrow 1 \cdot y = 3 \cdot 2 \rightarrow y = 6$$

$$\textcircled{z} \quad \frac{z}{9} = \frac{2}{1} \quad \rightarrow 1 \cdot z = 9 \cdot 2 \quad \rightarrow z = 18$$

$$\textcircled{w} \quad \frac{w}{15} = \frac{2}{1} \quad \rightarrow 1 \cdot w = 15 \cdot 2 \quad \rightarrow w = 30$$

Resposta: $x = 12$, $y = 6$, $z = 18$ e $w = 30$.

... Conversão de Medidas de Tempo ...

Quando alguém diz duas horas e meia entendemos que quer dizer 2 horas e meia hora ou 2 horas e 30 minutos, portanto, em Matemática não podemos escrever 2,5 horas que seria o resultado de 5 horas dividido por 2.

Convenção para exames: 1 hora = 60 minutos

1 minuto = 60 segundos

Divisão do Tempo	Símbolo	Equivalência	1 Dia
Hora	h	1 h	24 hs
Minuto	min	60 min	1.440 min
Segundo	s	3.600 s	86.400 s

Questões

1 - (VUNESP - 2013 - Engenheiro de Segurança) A razão entre a medida do lado de um quadrado e a medida do maior lado de um retângulo é 4:5. A razão entre a medida do lado desse quadrado e a medida do menor lado desse retângulo é 7:5. A razão entre a área desse quadrado para a área desse retângulo vale:

- a) 14:15
- b) 14:25
- c) 25:28
- d) 25:14
- e) 28:25

2 - (VUNESP - 2014 - Oficial Administrativo) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será:

- a) 29
- b) 30
- c) 33
- d) 28
- e) 31

3 - (CESGRANRIO - 2012 - Assistente Técnico Administrativo) Em um supermercado, a carne é acondicionada em embalagens com uma etiqueta contendo o preço unitário (o preço de 1 kg de carne), o peso líquido (a quantidade de carne contida na embalagem) e o total a ser pago. Certo dia, a balança eletrônica apresentou problemas e algumas etiquetas foram impressas com defeito, sendo omitidas algumas informações.

As Figuras I e II representam as etiquetas de duas embalagens do mesmo tipo de carne, com defeitos de impressão.

Preço de 1 kg: #####
Peso líquido: 0,65 kg
Total: R\$ 9,75

Figura I

Preço de 1 kg: #####
Peso líquido: #####
Total: R\$ 6,30

Figura II

O peso líquido, em kg, registrado na etiqueta representada na Figura II é:

- a) 0,305
- b) 0,394
- c) 3,94
- d) 0,35
- e) 0,42

4 - (FGV - 2014 - Assistente Administrativo) Um escritor pediu que Ana, Bruno e seus auxiliares, lessem um roteiro que tinha

escrito. Ana leu 16 páginas por dia, levou 15 dias para terminar a leitura, e Bruno leu apenas 10 páginas por dia.

Para fazer a leitura do roteiro, Bruno gastou a mais do que Ana:

- a) 6 dias
- b) 8 dias
- c) 9 dias
- d) 10 dias
- e) 12 dias

5 - (CESGRANRIO - 2014 - Apoio administrativo) Um menino estava parado no oitavo degrau de uma escada, contado a partir de sua base (parte mais baixa da escada). A escada tinha 25 degraus. O menino subiu mais 13 degraus. Logo em seguida, desceu 15 degraus e parou novamente.

A quantos degraus do topo da escada ele parou?

- a) 8
- b) 10
- c) 11
- d) 15
- e) 19

6 - (CESGRANRIO - 2012 - Banco do Brasil - Escriturário) No Brasil, quase toda a produção de latas de alumínio é reciclada. As empresas de reciclagem pagam R\$ 320,00 por 100 kg de latas

usadas, sendo que um quilograma corresponde a 74 latas.

De acordo com essas informações, quantos reais receberá um catador ao vender 703 latas de alumínio?

- a) 23,15
- b) 23,98
- c) 28,80
- d) 28,96
- e) 30,40

7 - (VUNESP - 2013 - Agente Penitenciário) Os 250 trabalhadores de uma instituição serão distribuídos em frentes de trabalho, em 3 grupos de x , y e z pessoas. O número de trabalhadores x , y e z desses grupos será diretamente proporcional a 10, 15 e 25. Nesse caso, a diferença entre a frente com maior e a frente com menor número de trabalhadores será:

- a) 50
- b) 100
- c) 75
- d) 45
- e) 25

Gabarito das Questões

1	E	2	B	3	E	4	C	5	E	6	E	7	C
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

EDICASE
/// publicações

**A MAIOR
VARIEDADE DE
SEGMENTOS DE
REVISTAS
DO BRASIL!**

**PRESTIGIE SEU JORNALEIRO!
COMPRA NAS BANCAS E REVISTARIAS
DE TODO BRASIL.**

**CULINÁRIA • ARTESANATO • PASSATEMPOS • DIDÁTICAS • PIADAS
MÚSICA • SAÚDE • RELIGIÃO • E TUDO MAIS O QUE VOCÊ IMAGINAR!**

Com resumos práticos, um verdadeiro **INTENSIVO** do que você precisa saber na **PROVA**



Utilize o raciocínio para traduzir o enunciado em um cálculo matemático:

resolva o problema.

Matéria obrigatória para todos os exames, explicada de uma maneira resumida para vestibulares e concursos.

CASE
EDITORIAL

www.caseeditorial.com.br
www.facebook.com/edicasepublicacoes