

TEORÍA DE

NOCIÓN DE CONJUNTOS:

Por conjunto entendemos como: una colección, agrupación de objetos denominados elementos del conjunto, los cuales (los elementos), pueden ser de naturaleza real o material (carpetas, libros, alumnos, etc.) y abstracta o inmaterial (puntos, rectas, ideas, etc.).

Así tenemos los ejemplos siguientes:

Ejemplo 1: “La colección de estudiantes de tu grupo”. Cada elemento es un estudiante.

Ejemplo 2: “La colección de estados de la materia”. Sus elementos son: sólido, líquido, gaseoso.

Ejemplo 3: “La colección de todas las ciudades del Perú”. Lima es un elemento del conjunto.

NOTACIÓN DE UN CONJUNTO:

Para representar un conjunto se ha convenido emplear llaves { }, dentro de las cuales se nombran los elementos del conjunto, unos a continuación de otros. Dichos elementos, se denotan por letras minúsculas, gráficas, nombres, números, que van separados por comas y punto y coma (;). Finalmente para dar nombre al conjunto e identificarlo fácilmente se emplea o denota por letras mayúsculas. Así tenemos:

Ejemplo 1: Sea el conjunto:

$A = \{\text{Teresa, Nelly, Carmen, Adelina}\}$

Se lee: “A es el conjunto cuyos elementos son: Teresa, Nelly, Carmen, Adelina”.

Ejemplo 2: Sea el conjunto:

$B = \{2; 4; 6; 8\}$

Se lee: “B es el conjunto cuyos elementos son: 2; 4; 6; 8”

RELACION DE PERTENENCIA:

Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto, se escribe el símbolo \in y en caso contrario se escribe el símbolo \notin . Así tenemos:

Ejemplo 1:

Si $A = \{1; 2; 4; 7\}$, entonces podemos afirmar que:

1. $1 \in A \Rightarrow$ “1 pertenece a A”
2. $2 \in A \Rightarrow$ “2 pertenece a A”
3. $3 \notin A \Rightarrow$ “3 no pertenece a A”
4. $4 \in A \Rightarrow$ “4 pertenece a A”
5. $5 \notin A \Rightarrow$ “5 no pertenece a A”
6. $6 \in A \Rightarrow$ “6 pertenece a A”

Ejemplo 2:

Si $B = \{a; b; c; d\}$, entonces podemos afirmar que:

- a. $a \in B \Rightarrow$ “a pertenece a B”
- b. $b \in B \Rightarrow$ “b pertenece a B”
- f. $f \notin B \Rightarrow$ “f no pertenece a B”
- c. $c \in B \Rightarrow$ “c pertenece a B”

NUMERO CARDINAL:

Se denomina número cardinal al último elemento, después de contar los elementos del conjunto, es decir, se refiere al número de elementos del conjunto. Se denota de la siguiente manera:

$\text{Car}(A) = n(A) = N^\circ$ de elementos de A

Ejemplo 1:

Determina el número cardinal siguiente conjunto:

$A = \{r, s, t, u, v, x, y, z\}$

Solución:

Analizando el conjunto A, notamos que tiene 9 elementos, porque:

$\{r, s, t, u, v, x, y, z\}$
 $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$



1 2 3 4 5 6 7 8 \leftarrow N° cardinal de A

Por lo tanto el conjunto A indica que tiene 8 elementos, es decir:

$\text{Car}(A) = n(A) = 8$

Ejemplo 2: Sea el siguiente conjunto:

$B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$

Solución: Observando que el conjunto de B tiene 5 elementos, es decir:

$\text{Car}(B) = n(B) = 5$

NUMERO ORDINAL:

Se llama número ordinal, al número natural que corresponde a cada elemento del conjunto. Así por ejemplo, si contamos los elementos del conjunto A (Ejemplo 1), de izquierda a derecha, el **ordinal** de los elementos será:

De “r” es 1 \Rightarrow “r” es el 1er elemento.

De “s” es 2 \Rightarrow “s” es el 2do elemento.

De “t” es 3 \Rightarrow “t” es el 3er elemento.

DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

Determinar un conjunto, es indicar o señalar en forma clara y precisa, cuáles son los elementos que forman dichos conjuntos. Existen dos formas para determinar un conjunto: por extensión y por comprensión.

1. POR EXTENSIÓN: Un conjunto se determina cuando se indican uno por uno los elementos del conjunto. Así tenemos:

Ejemplo: Sean los conjuntos:

$R = \{\text{este, oeste, norte, sur}\}$

$S = \{a, e, i, o, u\}$

$T = \{1; 3; 5; 7; 9; \dots\}$

En el conjunto de R, se indican cada uno de sus elementos que son los 4 puntos

cardinales; en el conjunto S se indican las letras vocales de nuestro abecedario; del mismo modo, en el conjunto T se indican todos los números naturales impares.

2. POR COMPRENSIÓN: Un conjunto se determina por comprensión cuando se enuncia una propiedad común que caracteriza a todos los elementos del conjunto. Así tenemos:

Ejemplo 1: Considerando el conjunto:

$A = \{x / x \text{ es } P\}$

Se lee: El conjunto de todos los elementos x, tales que x es P (P es la propiedad)

Ejemplo 2: Sea el conjunto:

$B = \{x / x \text{ es una nota musical}\}$

Se lee: El conjunto B de todos los elementos x, tales que x es una nota musical.

Ejemplo 3: Sea el conjunto:

$T = \{x \in N / 2 < x < 7\}$

Se lee: T es el conjunto de los x, tal que x pertenece a N y x es mayor que 2 y menor que 7; o sea que esta formado por los números comprendidos entre 2 y 7; es decir:

$T = \{3; 4; 5; 6\}$

Ejemplo 4. Sea le conjunto:

$V = \{x \in N / x = a + 2 \wedge a < 5\}$

Solución: Para determinar los elementos de V, analizamos las condiciones que presenta:

- Como **a** es menor que 5; toma los siguientes valores: 0; 1; 2; 3; 4
- Para hallar los valores de **x**, reemplazamos los valores de **a** en $x = a + 2$; así:

Valores	$x = a + 2$
$\downarrow \downarrow$	$\downarrow \downarrow$
Si $a = 0$	$x = 0 + 2 = 2$
Si $a = 1$	$x = 1 + 2 = 3$
Si $a = 2$	$x = 2 + 2 = 4$
Si $a = 3$	$x = 3 + 2 = 5$
Si $a = 4$	$x = 4 + 2 = 6$

Por lo tanto, el conjunto V está conformado de la siguiente manera:

$$V = \{ 2; 3; 4; 5; 6 \}$$

REPRESENTACIÓN GRAFICA DE CONJUNTOS

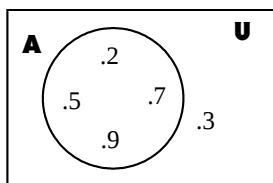
Los conjuntos se representan gráficamente, haciendo uso de regiones planas, cerradas que tienen diferentes formas: ovaladas, triangulares, rectangulares, circulares, dentro de las cuales se ubican los elementos que le pertenecen al conjunto, y fuera, los elementos que no le pertenecen.

A esta representación gráfica de los conjuntos se llama **diagramas de Venn**, en honor al matemático **John Venn**, quien sistematizó su empleo.

Ejemplo 1: Representa gráficamente los siguientes conjuntos:

$$U = \{ 2; 3; 5; 7; 9 \}$$

$$A = \{ 2; 5; 7; 9 \}$$



Se lee: "A es el conjunto cuyos elementos son: 2; 5; 7; 9. Además observamos:

$$2 \in A \quad ; \quad 5 \in A$$

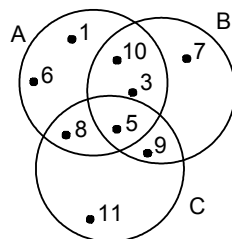
$$7 \in A \quad ; \quad 3 \notin A$$

Ejemplo 2: Gráficamente representa los siguientes conjuntos:

$$A = \{ 1; 3; 5; 6; 8; 10 \}$$

$$B = \{ 7; 5; 3; 9; 10 \}$$

$$C = \{ 9; 8; 5; 3; 11 \}$$



$$1 \in A \quad 10 \in A \cap B \quad 7 \notin A$$

$$7 \in B \quad 9 \in B \cap C \quad 8 \notin B$$

$$11 \in C \quad 8 \in A \cap C \quad 1 \notin C$$

CLASES DE CONJUNTOS

Entre las principales clases o tipos de conjuntos, de acuerdo al número de elementos, se pueden considerar los: conjuntos **finitos** y conjuntos **infinitos**.

1. Conjunto Finito. Es el conjunto cuyos elementos se pueden contar de uno en uno desde el primero hasta el último. Ejemplos:

$$E = \{ x / x \text{ es un día de la semana} \}$$

$$F = \{ 3; 6; 9; 12; \dots; 2\,505 \}$$

Dentro el conjunto finito tenemos los siguientes tipos de conjuntos: conjunto **nulo** o **vacío** y conjunto **unitario**.

CONJUNTO VACÍO.- Es el conjunto que carece de elementos, y se denota por el siguiente símbolo \emptyset o $\{ \}$. Ejemplos:

$$M = \{ \text{hombres que viven en Marte} \}$$

$$N = \{ x / x \in \mathbb{Z}, x > 8, x < 7 \}$$

CONJUNTO UNITARIO.- Es el conjunto que tiene un solo elemento. Ejemplos:

$$C = \{ \text{El alcalde actual de tu ciudad} \}$$

$$D = \{ x / x \in \mathbb{N}, 7 < x < 9 \}$$

2. CONJUNTO INFINITO. Cuando en el proceso de contar, no se puede llegar al último elemento. Ejemplo:

$$R = \{ 0; 1; 3; 5; 7; \dots \}$$

$$S = \{ x / x \text{ es una estrella del universo} \}$$

El conjunto infinito puede clasificarse como: **numerable o innumerable**.

CONJUNTO INFINITO NUMERABLE.- Se denomina así, al conjunto cuyos elementos se pueden enumerar consecutivamente, aunque no en su totalidad. Ejemplos:

$$A = \{ 2x - 1 / x \in \mathbb{Z}^+ \}$$

$$B = \{ 2; 4; 6; 8; 10; \dots \}$$

CONJUNTO INFINITO INNUMERABLE.- Se llama así al conjunto cuyos elementos no se pueden enumerar consecutivamente. Ejemplo:

$$A = \{ x / 5 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{R} \}$$

$$B = \{ x / x \in \mathbb{Q} \}$$

OTROS TIPOS DE CONJUNTOS:

1. Conjuntos Disjuntos. Dos conjuntos son disjuntos si no tienen elemento común alguno. Ejemplos:

$$A = \{ 2; 4; 6; 8 \}$$

$$B = \{ x / x \text{ es una vocal} \}$$

2. Conjuntos Iguales. Dos conjuntos son iguales si sus elementos son los mismo.

Ejemplos:

$$M = \{ 1; 3; 5; 7 \}$$

$$N = \{ 2x - 1 / x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x < 5 \}$$

$\Rightarrow M$ y N son dos conjuntos iguales.

3. Conjuntos Diferentes. Dos conjuntos son diferentes si uno de ellos tiene por lo menos un elemento que no tiene el otro.

Ejemplos:

$$A = \{ 3; 4; 5 \}$$

$$B = \{ 3; 4; 5; 6 \}$$

6 es elemento del conjunto B, pero no es elemento A $\Rightarrow A \neq B$.

4. Conjunto Equivalente. Dos conjuntos son equivalentes o equipotentes ($< >$), si tienen el mismo número de elementos o el mismo cardinal. Ejemplos:

$$A = \{ a, e, i, o, u \}$$

$$B = \{ 1; 2; 3; 4; 5 \}$$

Analizando los ejemplos, tenemos que:

$$\text{Card}(A) = 5 \text{ ó } n(A) = 5$$

$$\text{Card}(B) = 5 \text{ ó } n(B) = 5$$

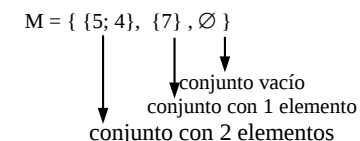
$$\text{Como } n(A) = n(B) = 5 \Rightarrow A < > B$$

5. Conjunto de Conjuntos. Es aquel conjunto, donde al menos uno de sus elementos es un conjunto a su vez. Así tenemos:

Ejemplo 1: Sean los conjuntos siguientes:

$$a) M = \{ \{ 5; 4 \}, \{ 7 \}, \emptyset \}$$

Analizando el conjunto de conjuntos, observamos que:



Entonces M es una familia de conjuntos.

$$b) N = \{ \{ 1; 2 \}; \{ 4; 3 \}; 9; \emptyset \}$$

Entonces N **no representa** a una familia de conjuntos, pero si es un conjunto de conjuntos.

Ejemplo 2: Sean los conjuntos:

$$A = \{ 3; 4; \{ 5 \}; 1 \}$$

$$B = \{ \{ \text{Ana} \}, \{ \text{Dora, María} \}, \{ \text{Rosa} \} \}$$

$$C = \{ \{ 2; 4; 6 \}; \{ a, b, c \}; 7; 8 \}$$

$$D = \{ \{ e, f \}, \{ 0; 1; 3 \} \}$$

Es importante saber que cuando todos los elementos de un conjunto, son conjuntos; recibe el nombre de **familia de conjuntos**. Así tenemos en el ejemplo anterior.

A, B, C, D son conjuntos de conjuntos
B, D son familia de conjuntos

5. Conjunto Potencia: Se llama el conjunto potencia de A, al conjunto formado por todos los subconjuntos de A y se le denota como P(A). El número de elementos de P(A) o número de subconjuntos de A, está dado por:

$$n[P(A)] = 2^n$$

donde n representa el número de elementos del conjunto A.

Ejemplo:

Dado:

$$A = \{14; 17\} \Rightarrow n[P(A)] = 2^2 = 4$$

Su conjunto potencia será:

$$P(A) = \{\{14\}, \{17\}, \{14; 17\}, \emptyset\}$$

6. Conjunto Universal. Es el conjunto referencial que nos permite identificar a otros conjuntos incluidos en él. Se denota por la letra U y su gráfico se realiza preferentemente en un rectángulo; así tenemos:

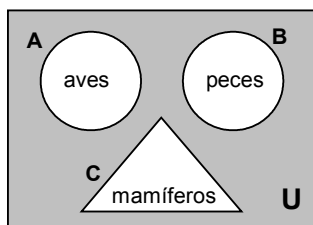
Ejemplo: Sean los conjuntos

A = { Aves }
B = { peces }
C = { mamíferos }

Analizando los conjuntos, concluimos que el conjunto universal está formando por todos los animales, es decir:

$$U = \{\text{los animales}\}$$

Su diagrama correspondiente es el siguiente:



RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

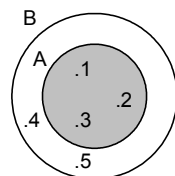
1. Relación de Inclusión: Se dice que un conjunto A está incluido en B, cuando todos los elementos del conjunto A, están contenidos en el conjunto B; es decir, es un subconjunto.

Simbólicamente se denota: $A \subset B$ o también $B \supset A$.

Ejemplo: Sean los conjuntos:

$$A = \{1; 2; 3\}; B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

Se verifica que A es subconjunto de B, es decir, que el conjunto A está contenido en B. Aplicando el Diagrama de Venn se tiene:



$$A \subset B \text{ ó } B \supset A$$

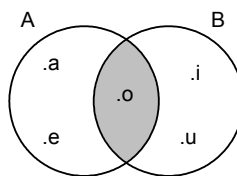
Se lee: "A es subconjunto de B"
"A está incluido en B" ó
"B incluye a A"
"B contiene a A"

2. Relación de no inclusión. Esta relación se presenta, cuando un conjunto no es subconjunto de otro. Se presenta dos casos:

• Cuando los dos conjuntos en referencia **tienen algún elemento en común**, se tiene una relación de intersección. Ejemplo. Sean los conjuntos:

$$A = \{a, e, o\}$$

$$B = \{i, o, u\}$$



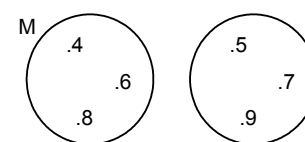
$$A \cap B$$

• Cuando dos conjuntos en referencia **no tienen ningún elemento común**, reciben el nombre de **conjuntos disjuntos**.

Ejemplo. Sean los conjuntos:

$$M = \{4; 6; 8\}$$

$$N = \{5; 7; 9\}$$



Verificamos que M y N son conjuntos disjuntos, porque M y N no tienen ningún elemento que se repite o común.

NOTA: Para que quede claro la relación entre conjuntos, es importante definir un subconjunto.

Subconjunto. Se dice que un conjunto A es subconjunto de un conjunto B, si todo elemento de A está en B. Simbólicamente se denota: $A \subset B$.

Aclarando el concepto, sabemos que: si A es un subconjunto de B, decimos que **A es parte de B**, que **A está incluido en B**, o que **B contiene a A**.

Ejemplo: Sean los conjuntos:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{b, d\}$$

En los conjuntos observamos que:

$$\begin{array}{ll} b \in B & y \quad b \in A \\ d \in B & y \quad d \in A \end{array}$$

Luego los elementos b y d de B están en A, entonces $B \subset A$.

Si A no es subconjunto de B, se escribe $A \not\subset B$; se lee:

A no es subconjunto de B

A no es parte de B

A no está incluido en B

Subconjunto Propios: Dado un conjunto A, su número de subconjuntos será: $2^n - 1$.

No se considera el mismo conjunto A.

Ejemplo:

Sea el conjunto $A = \{2; 4; 6\}$, los subconjuntos propios de A serán:

$$\{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2; 4\}, \{2; 6\}, \{4; 6\}, \emptyset$$

No es subconjunto propio de A: $\{2; 4; 6\}$

La inclusión goza de las siguientes propiedades: **reflexiva, conjunto vacío y transitiva.**

* **Reflexiva:** Todo conjunto es subconjunto de sí mismo; es decir: $A \subset A$

* **Conjunto Vacío:** Es subconjunto de cualquier conjunto; o sea: $\emptyset \subset A$

* **Transitiva:** Si un conjunto está incluido en otro, y éste en un tercero, entonces el primer conjunto está incluido en el tercer conjunto. Es decir, se cumple:

$$\text{Si } A \subset B \text{ y } B \subset D \Rightarrow A \subset D$$

Relación de Igualdad. Dos conjuntos A y B son iguales cuando tienen los mismos elementos.

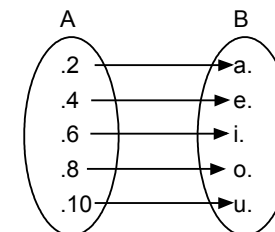
$$\text{Si: } A = B \Rightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

4. Relación de Coordinabilidad de conjuntos

Dos conjuntos son coordinables cuando tienen el mismo número de elemento:

$$\left. \begin{array}{l} A = \{2; 4; 6; 8; 10\} \\ \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ B = \{a; e; i; o; u\} \end{array} \right\} \text{son coordinables}$$

Graficando, tenemos:



OPERACIONES CON CONJUNTOS

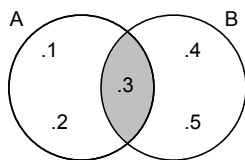
A continuación te presentamos en forma resumida, las principales operaciones como conjuntos: Intersección, reunión, diferencia simétrica y complementación.

1. Intersección: La intersección de dos conjuntos A y B es otro conjunto formado por los

elementos comunes a ambos conjuntos.
Simbólicamente se representa: $A \cap B$.

Ejemplo: Dado los conjuntos:
 $A = \{1,2,3\}$ y $B = \{3,4,5\}$, su intersección es:
 $A \cap B = \{3\}$

Por Diagramas de Venn se tiene:

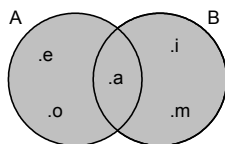


2. Reunión o Unión: La unión de dos conjuntos A y B es otro conjunto formado por todos los elementos comunes y no comunes a ambos conjuntos.
Simbólicamente se denota así: $A \cup B$.

Ejemplo: Dados los conjuntos: $A = \{a,e,o\}$ y $B = \{m,i,a\}$, su unión es:

$$A \cup B = \{a, e, i, o, u\}$$

Por Diagramas de Venn se tiene:

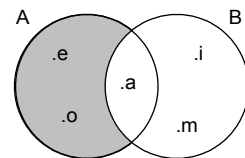


3. Diferencia: La diferencia de dos conjuntos A y B es otro conjunto formado por los elementos de A que no pertenecen a B.
Simbólicamente se denota así: $A - B$.

Ejemplo: Si consideramos los conjuntos de la operación anterior, entonces la diferencia $A - B$ es el conjunto siguiente:

$$A - B = \{e, o\}$$

Por Diagramas de Venn se tiene:



Por otra parte verifica que:

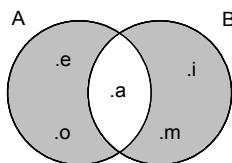
$$B - A = \{i, m\}$$

4. Diferencia Simétrica: La diferencia simétrica de dos conjuntos A y B es otro conjunto formado por la diferencia de $A \cup B$ y $A \cap B$. Simbólicamente se denota así: $A \Delta B$.

Ejemplo: Si seguimos considerando los conjuntos anteriores, entonces $A \Delta B$ es el siguiente conjunto.

$$A \Delta B = \{e, o, i, m\}$$

Gráficamente tenemos:

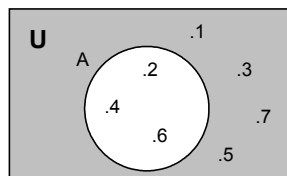


5. Complemento: Dado el conjunto universal o referencial U y un subconjunto A. Entonces el complemento de A está formado por los elementos que pertenecen a U, pero que no pertenecen a A. Simbólicamente se denota por A' , que se lee: "complemento de A".

Ejemplo: Dados los conjuntos: $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ y $A = \{2,4,6\}$, entonces el complemento de A es el siguiente:

$$A' = \{1,3,5,7\}$$

Gráficamente se representa los diagramas:



LEYES DE LAS OPERACIONES CON CONJUNTOS

En cada una de las operaciones se cumplen las siguientes leyes:

1. Idempotencia:

- a) $A \cup A = A$
- b) $A \cap A = A$

2. Conmutativa:

- a) $A \cup B = B \cup A$
- b) $A \cap B = B \cap A$

3. Asociativa:

- a) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- b) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

4. Distributiva:

- a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5. Complemento:

- a) $A \cup A' = U$
- b) $A \cap A' = \emptyset$
- c) $\emptyset' = U$
- d) $(A')' = A$
- e) $U' = \emptyset$

6. Identidad:

- a) $A \cup \emptyset = A$
- b) $A \cup U = U$
- c) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- d) $A \cap U = A$

7. De Morgan:

- a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

PRACTICA DE CLASE

01. Halla el $\text{Car}(A) + \text{Car}(B)$ en los siguientes conjuntos:
 $A = \{r, s, t, u, v, x, y, z\}$

$$B = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$$

- a) 12
- b) 13
- c) 14
- d) 10
- e) N.a.

02. Considerando los siguientes conjuntos:

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4\}$$

Halla: $\text{Car}(A) + \text{Car}(B)$

- a) 3
- b) 5
- c) 12
- d) 2
- e) N.a.

03. ¿A qué tipo de conjunto corresponde R?

$$R = \{n, n, n, n, \dots, n\}$$

- a) Vacío
- b) Unitario
- c) Finito
- d) Infinito
- e) N.a.

04. Determina por extensión el siguiente conjunto:

$$E = \{n^2 / 3 < n < 8; n \in \mathbb{N} \text{ y } n \text{ es impar}\}$$

- a) $\{4;5;6;7\}$
- b) $\{5;7\}$
- c) $\{25;49\}$
- d) $\{25;49;64\}$
- e) N.a.

05. Dado el conjunto $W = \{5; \{7\}\}$; indica la proposición verdadera:

- a) $\{7\} \subset W$
- b) $\{\{5\}\} \subset W$
- c) $\{5;7\} \subset W$
- d) $7 \in W$
- e) $\{\{7\}\} \subset W$

06. Sea el conjunto:

$$A = \{2; 4; \{5;6\}; 8\}. \text{ ¿Cuál de las siguientes proposiciones es correcta?}$$

- a) $\{5\} \in A$
- b) $4 \notin A$
- c) $\{5;6\} \subset A$
- d) $\{5;6\} \in A$
- e) N.a.

07. ¿Cuál es el número de subconjuntos que tiene M?

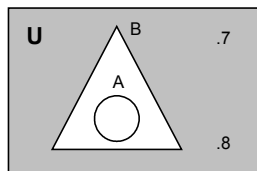
$$M = \{x \in \mathbb{N} / x = a-1; a \in \mathbb{N} \wedge 2 < a < 8\}$$

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

08. Calcula el número de elementos del conjunto:
 $R = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 5 \wedge 14 < x \leq 44\}$

- a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

09. ¿Cuál de las siguientes proposiciones se cumple, en base al presente diagrama?



- a) $A' = B$
b) $A \subset B \wedge B \subset U \Rightarrow A \subset U$
c) $B \subset \{7; 8\}$
d) $\{7; 8\} \in U$
e) N.a.

10. ¿Cuántos elementos tiene: $(M - N) \cap (P \cup Q)$? si:

$$M = \{1; 2; 3; 4\} \quad N = \{2; 4; 6\}$$

$$P = \{1; 3; 5; 7\} \quad Q = \{3; 4; 5\}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) N.a.

11. De un grupo de 32 jóvenes, 18 practican ajedrez (A) y 20 ludo (L). Indica la proposición falsa:

- a) 12 solo A b) 14 solo L c) 6 A y L
d) 26 $A \cup L$ e) N.a.

12. Sean los conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 8\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / 3 < x < 8\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 6\}$$

$$\text{Calcula: } (A \cap C) - (B \Delta C)$$

- a) $\{1; 2\}$ b) $\{3; 4; 5; 7\}$ c) \emptyset
d) $\{5; 7\}$ e) N.a.

13. Dados los conjuntos:

$$A = \{1; 2; 3; 4\};$$

$$B = \{3; 4; 5; 6\}$$

$$C = \{3; 5; 7; 9\} \text{ y el conjunto universal:}$$

$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}.$$

$$\text{Hallar: } [(A - B) \cup (B \cap C)]' \cap C'$$

- a) $\{1; 2; 3; 4\}$ b) $\{2; 4; 6\}$ c) $\{4; 6; 8\}$
d) $\{8\}$ e) N.a.

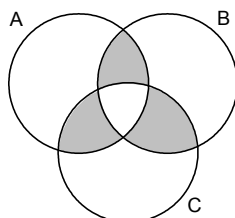
14. Sean A y B dos conjuntos, incluidos en el conjunto universal U, si:

$$(A - B) \cup (B - A) = A \cup B.$$

Determina la proposición falsa:

- a) $A \cap B \neq \emptyset$ b) $B = B - A$ c) $A = A - B$
d) $B = A'$ e) $(A \cap B)' \supset (A \cup B)$

15. En el siguiente diagrama, A representa a los estudiantes que juegan fútbol, B a los que juegan básquet y C a los que practican gimnasia. La zona sombreada corresponde a:



- a) Los que practican 3 deportes.
b) Los que practican solamente 2 deportes
c) Los que juegan fútbol y básquet
d) Los que practican básquet y gimnasia
e) Los que practican fútbol y gimnasia

16. En un aula de 50 alumnos, aprueban matemática, 30 de ellos, física 30, castellano 35, matemática y física 18, física y castellano 19, matemática y castellano 20 y 10 alumnos aprueban 3 cursos. Entonces se deduce que:

- a) Dos alumnos no aprueban ningún curso.
b) Ocho aprueban sólo física.
c) Dos aprueban sólo física.
d) Cinco aprueban matemática, pero, no aprueban ni física ni castellano.
e) Seis aprueban matemática y física, pero no aprueban castellano.

17. Alex practica todos los días del mes de enero los siguientes deportes: Fútbol 17 días y básquet 25 días. ¿Cuántos días practicó ambos deportes?

- a) 8 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

18. De un grupo de estudiantes que desean estudiar economía o ingeniería, 27 economía, 11 estudian ambos programas. ¿Cuántos estudiarán solamente economía?

- a) 27 b) 21 c) 16
d) 11 e) 5

19. De 82 personas que toman gaseosas, la preferencia es la siguiente: 43 toman Coca Cola; 47 Pepsi; 58 Fanta; 28 Coca Cola y Fanta; 30 Pepsi y Fanta; 19 Coca Cola y Pepsi y 11 las tres gaseosas. ¿Cuántas personas toman una sola gaseosa?

- a) 27 b) 20 c) 11
d) 9 e) 7

20. Después del clásico Alianza – Universitario, los hinchas entablaron una gresca, donde 42 resultaron heridos en la cabeza, 43 en el brazo, 32 en la pierna, 5 en la cabeza y brazo, 8 en el brazo y pierna, 6 en la pierna y en la cabeza. ¿Cuántos fueron heridos en la cabeza, pierna y brazo a la vez?

- a) 6 b) 5 c) 4
d) 3 e) 2

PROBLEMAS PROPUESTOS N° 1

01. Sean los conjuntos:

$$U = \{5; 6; 7; 8; \dots; 15\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 7 < x < 12\}$$

$$B = \{x^2 + 1 / x \in \mathbb{N} \wedge 1 < x < 4\}$$

$$C =$$

$$\left\{ \frac{x+1}{2} / x \text{ es impar} \wedge 17 < x < 30 \right\}$$

¿Cuántos elementos tiene:

$$[(A \cap C) \cup (A - C) \cap B]' ?$$

- a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 14

02. La expresión: $(A \cap B)'$ equivale a:

- a) $A' \cap B'$ b) $A' \cup B'$ c) $A - B$
d) $B - A$ e) $A \Delta B$

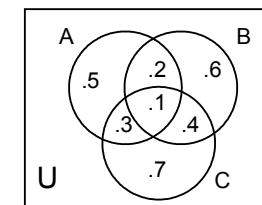
03. En el Instituto Superior "XYZ" de 60 participantes, 40 de ellos estudian computación y 32 secretariado. ¿Cuántas damas estudian ambas opciones a la vez?

- a) 24 b) 20 c) 16
d) 12 e) 10

04. Si: A, B y C son subconjuntos del conjunto universal U, tal como se muestra en la figura.

¿Qué zona(s) representa la operación:

$$(A \cap B)' - (C \cup A)'$$



- a) 6 b) 5 c) 4
d) 2 ; 3 e) 2 ; 5

05. Dados los conjuntos:

$$P = \{x \in \mathbb{N} / 21 < x \leq 42, x \text{ es divisible por } 6\}$$

$$M = \{x \in \mathbb{N} / 25 \leq x < 35, x \text{ es divisible por } 5\}$$

$$T = \{x \in \mathbb{N} / 31 < x < 51, x \text{ es múltiplo de } 8\}$$

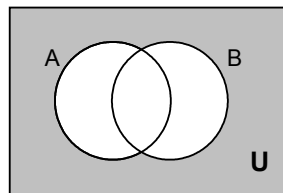
$$R = \{x \in \mathbb{N} / 25 < x \leq 50, x \text{ es múltiplo de } 4\}$$

Indica el número de elementos que tiene la siguiente operación:

$$(M - T) \cup (R - P).$$

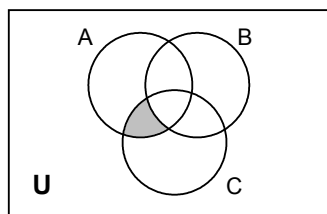
- a) 3 b) 5 c) 6
d) 7 e) 9

06. Indica la operación que representa la parte sombreada del siguiente gráfico:



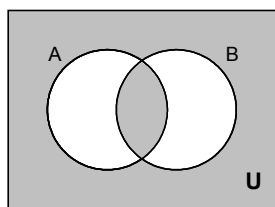
- a) $A \cup B$ b) $A - B$ c) $A \Delta B$
d) $(A \cup B)'$ e) $A \cap B$

07. Observa el gráfico e indica que operación es la parte sombreada:



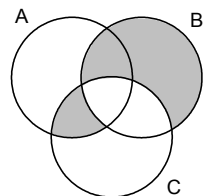
- a) $A \cap C$ b) $(A \cap C)'$ c) $(A \cap C) - B$
d) $(A \cup C) - B$ e) N.a.

08. Indica la operación que representa la parte sombreada de la figura:



- a) $A \Delta B$ b) $A \Delta B - A \cap B$
c) $(A \cap B) - (A \Delta B)$ d) $(A \Delta B)'$
e) N.a.

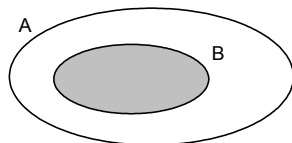
09. Dado el gráfico:



¿A qué operación de conjuntos corresponde el siguiente gráfico?

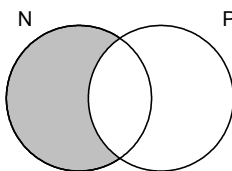
- a) $(A \cup C) - (B - C)$
b) $(A \Delta B) - (A \cap C)$
c) $(A - B) \Delta B$
d) $(A \Delta B) \cap (B \Delta C)$
e) N.a.

10. Dado el gráfico ¿A qué operación corresponde?



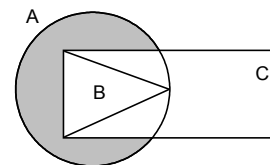
- a) $A \cap B$ b) $B - A$ c) A'
d) B' e) $A \cup B$

11. ¿A qué operación de conjuntos corresponde la parte sombreada?



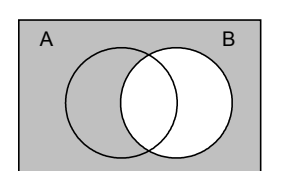
- a) $N \cap P$ b) $P - N$ c) $(P \cap N)'$
d) $N - P$ e) $N \cup P$

12. En el diagrama siguiente, indique que operación es la parte sombreada?



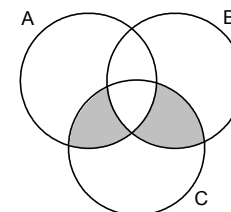
- a) $(A \cap B) - C$ b) $A - C$ c) $(A \cap C) - C$
d) $C - A$ e) $B' - C$

13. ¿Cuál es la alternativa correcta de la zona sombreada del gráfico?



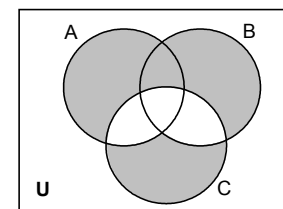
- a) A' b) $(A - B)'$ c) $(A \cap B)'$
d) B e) B'

14. La siguiente gráfica corresponde a la operación:



- a) $(A \cap B) - C$ b) $A \Delta (B \cup C)$
c) $C \Delta (A \cup B)$ d) $(A \Delta B) \cap C$
e) N.a.

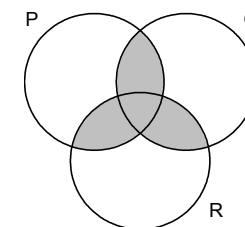
15. El siguiente gráfico es la notación de:



- a) $[(A \cup B) \Delta C]'$ b) $(A \cup B) \Delta C$

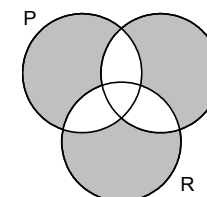
- c) $[(A \cup B) - C]'$ d) $[(A \cap B) \Delta C]'$
e) N.a.

16. ¿A qué operación de conjuntos corresponde el siguiente gráfico?



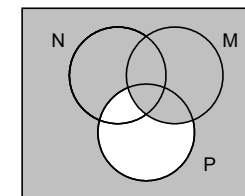
- a) $P \cap Q \cap R$ b) $P \cup Q \cup R$
c) $P \Delta Q \Delta R$ d) $(P \cap Q) \cup (P \cap R)$
e) N.a.

17. La expresión conjuntista que representa la zona sombreada es:



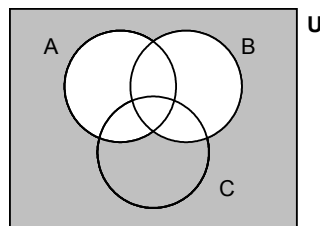
- a) $P \cup Q \cup R$
b) $[(P \Delta Q) - R] \cup [R - (P \cup Q)]$
c) $(P \cup Q) \cap R$
d) $P \cap Q \cap R$
e) N.a.

18. El siguiente gráfico es la notación de:



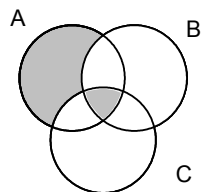
- a) $(M \cup N)'$
b) $(P - M)'$
c) $(N - P) \cup (M - P)$
d) $(M - P)'$
e) N.a.

19. La región sombreada del siguiente gráfico es:



- a) $(A \cup B)'$
b) $(A \cap B)' - C$
c) $(A - B)' \cup C$
d) $(B - C) \cap A$
e) $(C - B) \cup A$

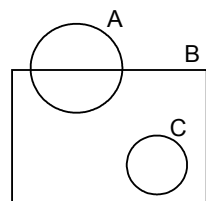
20. Indica cuál es la operación que corresponde a la región sombreada del siguiente diagrama:



- a) $(A \cap B) - C$
b) $(B \Delta C) - A$
c) $A - (B \Delta C)$
d) $(B \Delta C) \cap A$
e) N.a.

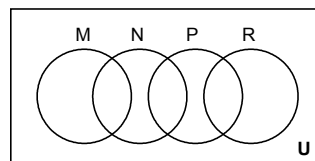
TAREA DOMICILIARIA

01. En el siguiente diagrama, sombrea la operación: $(B \Delta C) - (A \cap B)$.

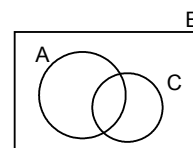


02. En el diagrama adjunto sombrea la siguiente operación:

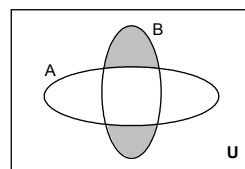
$$R \cap [(M \cap N)' \cap P']$$



03. En el siguiente diagrama, sombrea la operación: $(B \Delta C) - (A \cap B)$.



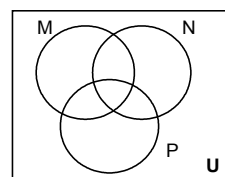
04. Indica la operación que corresponde a la siguiente región sombreada:



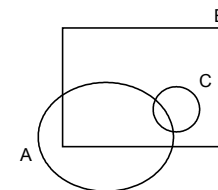
- a) $(A \cap B) - A'$
b) $B' - (A \cup B)$
c) $A' - B'$
d) $(A - B)'$
e) N.a.

05. Dado el siguiente diagrama, sombrea la operación:

$$[(M - N)' - (N - P)'] \cup (M \cap P)$$

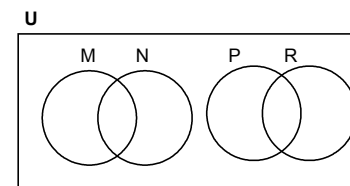


06. En el siguiente diagrama, sombrea la operación: $(B \Delta C) - (A \cap B)$.

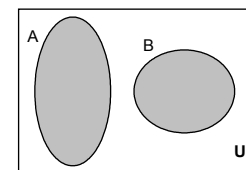


07. En el diagrama adjunto sombrea la siguiente operación:

$$R \cap [(M \cap N)' \cap P']$$



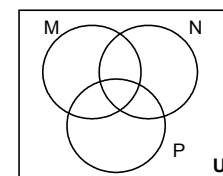
08. Indica la operación que corresponde a la siguiente región sombreada:



- a) $(A \cap B) - A'$
b) $U - (A \cup B)'$
c) $A' - B'$
d) $(A - B)'$
e) N.a.

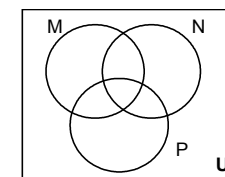
09. Dado el siguiente diagrama, sombrea la operación:

$$[(M - N) - (N - P)] \cup (M \cap P)$$



10. Dado el siguiente diagrama, sombrea la operación:

$$[(M - N)' - (N - P)'] \cup (M \cap P)'$$



NUMERACIÓN

I. Definición :

Es el conjunto de leyes, reglas, convencionalismos y símbolos que se utilizan para representar a los números.

Para que la numeración sea sistemática (para poder formar un sistema) se requiere de una base que defina al sistema.

II. Base de un sistema de numeración

Es el número de unidades de un orden cualquiera, necesarios para formar una unidad del orden inmediato superior.

Dados :

$$1) \begin{array}{c} \overline{abc} \\ n \end{array} \left| \begin{array}{l} n: 7 \\ n: 2 \end{array} \right.$$

$$n = \{2; 3; 4; \dots\} \text{ infinitos valores}$$

$$\begin{array}{c} a \ b \ c \\ \uparrow \uparrow \uparrow (3) \\ 0 \ 0 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ 2 \ 2 \ 2 \\ \vdots \\ 6 \ 6 \ 6 \end{array} \quad \begin{array}{c} a \ b \ c \\ \uparrow \uparrow \uparrow (7) \\ 0 \ 0 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ 2 \ 2 \ 2 \\ \vdots \\ 6 \ 6 \ 6 \end{array}$$

En base “n” se utilizan “n” cifras
Las cifras son menores que la base
La mayor cifra disponible en un sistema de numeración es la base menos uno.

$$3) \ \overline{abc}_{(10)} = \overline{abc}$$

Principales sistemas:

Base	Sistema	Cifras
2	Binario	0;1
3	Ternario	0;1;2
4	Cuaternario	0;1;2;3
5	Quinario	0;1;2;3;4
6	Senario	0;1;2;3;4;5
7	Eptal	0;1;2;3;4;5;6
8	Octal	0;1;2;3;4;5;6;7
9	Nonario	0;1;2;3;4;5;6;7;8
10	Decimal	0;1;2;3;4;5;6;7;8;9
11	Undecimal	0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;\alpha
12	Duodecimal	0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;\beta

Nota 1:

$$10 = \alpha \quad 11 = \beta \quad 12 = \gamma \quad 13 = \delta$$

$$\overline{10\alpha\beta}_{(13)} = \overline{1(10)(13)}_{(13)}$$

$$\overline{4\alpha\beta\gamma}_{(17)} = \overline{4(10)(11)(12)}_{(17)}$$

Nota 2 : Número capicúa es aquel cuya lectura de izquierda a derecha o viceversa es la misma.

Ejm: \overline{aa} , \overline{aba} , \overline{abba} , \overline{abcba}

III. Descomposición polinómica

Es el procedimiento de cálculo que permite determinar la cantidad de unidades simples que posee un número y con ello su valor real.

Ejemplo:

$$1. \ \overline{ab}_{(n)} = axn^1 + b$$

$$2. \ \overline{abc}_{(n)} = a \times n^2 + b \times n + c$$

$$3. \ \overline{abcd}_{(n)} = a \times n^3 + b \times n^2 + c \times n + d$$

$$4. \ \overline{abcde}_{(n)} =$$

$$a \times n^4 + b \times n^3 + c \times n^2 + d \times n + e$$

$$5. \ \overline{xy} = 10x + y$$

$$6. \ \overline{xyz}_{(z)} = x \cdot 7^2 + y \cdot 7 + z$$

$$7. \ \overline{mnpq}_{(5)} = \quad m \quad \times$$

$$5^3 + n \cdot 5^2 + p \cdot 5 + q$$

$$8. \ \overline{pq}_{(13)} = p \times 13 + q$$

$$9. \ \overline{361}_{(7)} = 3 \times 7^2 + 6 \times 7 + 1$$

$$10. \ \overline{2459}_{(12)} =$$

$$2 \times 12^3 + 4 \times 12^2 + 5 \times 12 + 9$$

$$11. \ \overline{0, abc} = ax10^{-1} + bx^{-2} + cx10^{-3} =$$

$$\frac{a}{10} + \frac{b}{100} + \frac{c}{1000}$$

$$12. \ \overline{0, xyzw}_{(n)} = x \cdot n^{-1} + y \cdot n^{-2} + z \cdot n^{-3} + w \cdot n^{-4} =$$

$$\frac{x}{n} + \frac{y}{n^2} + \frac{z}{n^3} + \frac{w}{n^4}$$

$$13. \ \overline{abc, mnp} = a \times 10^2 + b \times 10 + c + m \times 10^{-1} + n \times 10^{-2} + p \times 10^{-3}$$

IV. CAMBIOS DE BASE:

A. De números enteros

1. De base “n” a base 10

Método I: Se aplica descomposición polinómica.

Ejemplos:

Expresar en base 10 el número $2013_{(5)}$

$$2013_{(5)} =$$

$$2 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 1 \times 5 + 3$$

$$2013_{(5)} = 258$$

Convertir $4253_{(6)}$ al sistema decimal.

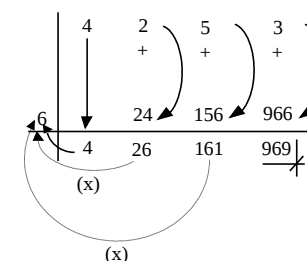
$$4253_{(6)} = 4 \times 6^3 + 2 \times 6^2 + 5 \times 6 + 3$$

$$4253_{(6)} = 969$$

Método II: Ruffini.

Ejemplo:

Convertir $4253_{(6)}$ a base 10.



2. De base 10 a base “n”.

Método de divisiones sucesivas.

“Se divide el numerador dado entre el valor “n” de la base deseada, el cociente resultante se vuelve a dividir entre “n” y así sucesivamente hasta obtener un cociente cuyo valor sea menor que la base. El número en base “n” estará formado por el último cociente y los residuos desde el obtenido en la última división hasta el de la primera”

Ejemplos:

Convertir 518 al sistema quinario.

$$\begin{array}{r} 418 \overline{) 5} \\ 18 \overline{) 83} \overline{) 5} \\ \textcircled{3} \overline{) 33} \overline{) 16} \overline{) 5} \\ \textcircled{3} \overline{) 1} \overline{) 3} \end{array}$$

$$418 = 3133_{(5)}$$

Llevar 1061 a base 7.

$$\begin{array}{r} 1061 \overline{) 7} \\ 36 \overline{) 151} \overline{) 7} \\ 11 \overline{) 11} \overline{) 21} \overline{) 7} \\ \textcircled{4} \overline{) 4} \overline{) 0} \overline{) 3} \end{array}$$

$$1061 = 3044_{(7)}$$

3. De base “n” a base “m” (n ≠ m ≠ 10)

Primero se lleva a base 10 y luego a la base “m”.

Ejemplo:

Llevar $251_{(7)}$ a base 4.

1ro. $251_{(7)}$ a base 10:

$$251_{(7)} = 2 \times 7^2 + 5 \times 7 + 1$$

$$251_{(7)} = 134$$

2do. 134 a base 4.

$$\begin{array}{r} 134 \overline{) 4} \\ 14 \overline{) 33} \overline{) 4} \\ \textcircled{2} \overline{) 1} \overline{) 8} \overline{) 4} \\ \textcircled{1} \overline{) 0} \overline{) 2} \end{array}$$

$$134 = 2012_{(4)}$$

$$\therefore 251_{(7)} = 2012_{(4)}$$

Notas básicas:

A mayor numeral aparente le corresponde menor base y viceversa.

$$\begin{array}{ccc} \text{menor} & & \text{mayor} \\ 251 & (7) = & 2012 \\ \text{mayor} & & \text{menor} \end{array}$$

Si: $\overline{abc}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$
 $\Rightarrow a = x, b = y, c = z.$

B. De números decimales

1. De base "n" a base 10.

Se utiliza la descomposición polinómica. Efectuando la suma de las fracciones se obtiene una fracción resultante y al dividir sus términos se obtiene el decimal en base 10.

Ejemplo:

Convertir $0,32_{(4)}$ a base 10.

$$0,32_{(4)} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4^2} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

Luego: $0,32_{(4)} = 0,875.$

2. De base 10 a base "n".

Método de las multiplicaciones sucesivas.

"Se multiplica la parte decimal por el valor "n" de la base deseada, del resultado se separa la parte entera y se sigue multiplicando la nueva parte decimal por "n", se vuelve a separar la parte entera y así sucesivamente. El número llevado a base "n" tiene como cifras decimales las partes enteras separadas en el orden que fueron apareciendo".

Ejemplo:

Convertir $0,6875$ a base 8.

1ro: $0,6875 \times 8 = 5,5000$
 2do: $0,5000 \times 8 = 4,0000$
 3ro: $0,0000 \times 8 = 0$

Luego: $0,6875 = 0,54_{(8)}$

En forma práctica las operaciones están dadas de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r|l} 0, & 6875 \quad \times 8 \\ 5, & 5000 \quad \times 8 \\ 4, & 0000 \quad \times 8 = 0 \end{array}$$

Luego: $0,6875 = 0,54_{(8)}$

Convertir $0,38$ a base 5.

$$\begin{array}{r|l} 0, & 38 \quad \times 5 \\ 1, & 90 \quad \times 5 \\ 4, & 50 \quad \times 5 \\ 2, & 50 \quad \times 5 \\ 2, & 50 \\ \vdots & \end{array}$$

Luego: $0,38 = 0,14222 \dots_{(5)}$

3. De base "n" a base "m" ($n \neq m \neq 10$)

Primero se lleva a base 10 y luego a base "m".

Ejemplo:

Convertir $0,45_{(8)}$ a base 4.

1ro: $0,45_{(8)} = \frac{4}{8} + \frac{5}{8^2}$

$0,48_{(8)} = 0,578125$

2do: A base 4.

$$\begin{array}{r|l} 0, & 578125 \quad \times 4 \\ 2, & 312500 \quad \times 4 \\ 1, & 250000 \quad \times 4 \\ 1, & 000000 \quad \times 4 = 0 \end{array}$$

Luego: $0,45_{(8)} = 0,211_{(4)}$

Notas básicas:

$$0, \overline{abc}_{(n)} = \frac{\overline{abc}_{(n)}}{1000_{(n)}}$$

$$0, \overline{abc}_{(n)} = \frac{\overline{abc}_{(n)}}{(n-1)(n-1)(n-1)_{(n)}}$$

$$0, \overline{abc} \text{ de } \overline{de} = \frac{\overline{abcde}_{(n)} - \overline{abc}_{(n)}}{(n-1)(n-1)000_{(n)}}$$

C. Casos especiales de conversión:

1. De base "n" a base "n"

Dado el número en base "n" se le separa en grupos de "K" cifras a partir de la derecha. El número que se forma en cada grupo se traslada al sistema decimal donde se obtienen las cifras del número en base "n".

Ejemplo:

Expresar $10110101_{(2)}$ en base 8.

Base 8 < > 2³

Luego se separa en grupos de 3 cifras de derecha a izquierda.

$$\begin{array}{ccc} \text{base 2:} & 10 & 110 & 101 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{Cada grupo a} & 2 & 6 & 5 \\ \text{base 10.} & & & \end{array}$$

Luego: $10110101_{(2)} = 265_{(8)}$

2. De base n^k a base "n".

Dado el número en base "n^k", de cada una de sus cifras se obtienen "K" cifras al convertirse a base "n". En caso que faltasen cifras se completa con ceros a la izquierda.

Ejemplo: Convertir $573_{(8)}$ a base 2.

Base 8 < > 2³ (base 2)

De acuerdo al exponente (3); cada cifra del número dado debe generar tres cifras al convertirse a base 2 por el método de las divisiones sucesivas.

Luego:

$$\begin{array}{ccc} \text{Base 8:} & 5 & 7 & 3 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{Base 2:} & 101 & 111 & 011 \end{array}$$

$\therefore 573_{(8)} = 101111011_{(2)}$

PRACTICA DE CLASE

01. Hallar el valor de x + y + z.

Si: $1011_{(3)} = \overline{xyz}_{(4)}$

- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 7 e) 9

02. Hallar "b" si el número $15_{(b)}$ queda triplicado al invertir el orden de sus cifras.

- a) 11 b) 5 c) 4
 d) 7 e) 6

03. Hallar x + y si $\overline{yx}_{(7)} = \overline{11y1}_{(6)}$

- a) 6 b) 7 c) 8
 d) 9 e) 10

04. Si $\overline{x4}_{(9)} \cdot \overline{y3}_{(x)} = \overline{16z34}_{(y)}$. Hallar x + y

- a) 19 b) 16 c) 15
 d) 14 e) 13

05. Si se verifica que:

$$\overline{xyz}_{(6)} = 12002_{(x)} = 2021_{(y)} = 1022_{(z)}$$

Hallar \overline{xyz} expresado en base x + y

- a) $1010_{(7)}$ b) $1202_{(7)}$ c) $1020_{(7)}$
 d) $1102_{(7)}$ e) $1022_{(7)}$

06.Cuál es el valor de "x" en:

$$12_{12}12_{12}(x) = 100_{(4)}$$



- a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8
- 07.** En que sistema de numeración se cumple:
 $54 + 43 = 130$

- a) octal b) quinario c) heptal
d) nonal e) senario

- 08.** Si $303_{(5)} = \overline{xyzw}_{(n)}$ siendo x, y, z, w diferentes entre si. Hallar "z".

- a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 0

- 09.** Hallar el menor valor posible de "a".
 $17_{(a)} = 52_{(b)}$

- a) 8 b) 25 c) 23
d) 3 e) 2

- 10.** Sabiendo que:
 $\overline{GO}_A + \overline{A1}_U + \overline{U2}_S = \overline{S3}_5$
Hallar $M = G + A + U + S + S$

- a) 10 b) 11 c) 13
d) 14 e) 12

- 11.** ¿Cómo se escribe en base 9 el menor de los siguientes números?
 $\overline{545}_{(x)}$; $\overline{7y3}_{(8)}$; $\overline{x65}_{(y)}$

- a) $128_{(9)}$ b) $333_{(9)}$ c) $252_{(9)}$
d) $244_{(9)}$ e) $352_{(9)}$

- 12.** Hallar $(a + b)$ en la siguiente expresión:

$$\overline{abb}_{(6)} = \overline{n(n+1)(n+2)(n+3)}_{(n+4)}$$

- a) 9 b) 8 c) 7
d) 5 e) 6

- 13.** Hallar $(x^2 + x + 1)$ Si: $\overline{xxx} = \overline{4210}_x$

- a) 33 b) 29 c) 31
d) 30 e) 21

- 14.** Sea: $N = 128^{20} - 1$. Si N se escribe en el sistema binario, ¿cuál será la suma de sus cifras?

- a) 100 b) 128 c) 139
d) 140 e) 141

- 15.** Hallar el menor número en base 9 cuyas cifras suman 1012. Dar el número de cifras.

- a) 127 b) 126 c) 125
d) 123 e) 122

- 16.** Se tienen fichas que valen 1 sol, 2 soles, 4 soles, 8 soles, 16 soles ... etc y se quiere repartir el equivalente a 2000 soles. ¿Cuántas personas como mínimo serán beneficiadas?. Sabiendo que ninguna persona puede recibir más de una ficha?

- a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 5

- 17.** En la siguiente expresión hallar el valor de "n".

$$\underbrace{777.77}_{n \text{ cifras}}_{(8)} = 512^{19} - 1$$

- a) 43 b) 57 c) 38
d) 47 e) 53

- 18.** ¿Cuántos números de la forma $\overline{a(a-2)b(6-b)}$ existen en el sistema decimal.

- a) 56 b) 64 c) 72
d) 81 e) 48

- 19.** Si $\overline{a a a \dots a a}_{(2)} = 4095$

Hallar $N = \overline{nnn}_{(13)}$ expresado en base 10.

- a) 2196 b) 2396 c) 2193
d) 2176 e) 2186



- 20.** Si cada letra representa una cifra diferente y 0 es cero, cumpliéndose:

$$\overline{CINTURA}_{(M)} + \overline{AMOR}_{(E)} = \overline{NEN}$$

Calcular $M + E$

- a) 15 b) 16 c) 17
d) 14 e) 18

PROBLEMAS PROPUESTOS N° 2

- 01.** José le cuenta a Charo:

"A mi cumpleaños asistieron 107 personas de las cuales:

- 24 eran mujeres adultas.
- 32 eran varones adultos.
- 41 eran niños.

¿Qué sistema de numeración está empleando José?

- a) un decimal b) decimal c) octal
d) nonal e) Heptal

- 02.** El cuádruplo de un número es de la forma \overline{xy} . Pero si al número se multiplica por 3 y luego se le divide entre 2 se obtiene \overline{yx} . Hallar $(x - y)$

- a) 3 b) 8 c) 5
d) 2 e) 1

- 03.** Si $\overline{1x1x}_{(y)} = 182$. ¿Cuánto vale "y"?

- a) 7 b) 5 c) 3
d) 6 e) 4

- 04.** Hallar el valor de "a" si:

$$\overline{1a4} = 504_{(m)}$$

- a) 3 b) 4 c) 8

- d) 6 e) 7

- 05.** Hallar un número de 3 cifras que cumpla las condiciones siguientes:

- La primera es el cuádruplo de la tercera.
 - La segunda es el doble de la primera.
- Dar como respuesta la suma de cifras del número.

- a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

- 06.** Hallar $x + y$. Si: $121_{\overline{xy}} = 256$

- a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 5

- 07.** ¿Cuál es el número comprendido entre 200 y 300 tal que si es leído al revés resulta el doble del número que sigue al original?

- a) 295 b) 285 c) 275
d) 274 e) 284

- 08.** Hallar un número de 6 cifras cuya primera cifra de la izquierda es 1 y tal que si esta cifra se traslada a la derecha de la cifra de las unidades, el nuevo número así formado es el triple del original.

- a) 142857 b) 122858 c) 112857
d) 124857 e) 122457

- 09.** Calcular $(a + m + n + p)$.

Si:
 $\overline{5a1}_{(m)} = \overline{34m}_{(n)} = \overline{2mp}_{(8)}$

- a) 20 b) 16 c) 17
d) 18 e) 15

- 10.** Si $\overline{xyxy}_{(n)} = 221$.

Hallar: $x + y + m$

- a) 8 b) 7 c) 5
d) 9 e) 10



11. Si $\overline{x57}_{(y)} = \overline{x14}_{(9)}$
Hallar: $(x + y)$

- a) 8 b) 11 c) 12
d) 10 e) 9

12. Si $2^3[23_n] = 37$. Hallar "n"

- a) 8 b) 7 c) 10
d) 9 e) 6

13. Hallar $x + y$. Si $\overline{48x}_{(y)} = 402$

- a) 15 b) 12 c) 13
d) 14 e) 16

14. Si $\overline{1 \times 5}_{(2x)} = \overline{x \times 2}_{(4)}$. Hallar $3x$

- a) 6 b) 15 c) 18
d) 9 e) 12

15. Cómo se expresa en base 5 el menor número de 4 cifras diferentes de base 8?

- a) 4110 b) 4101 c) 6111
d) 4111 e) 5111

16. ¿Cuántos números pares de 3 cifras comienzan con cifra impar?

- a) 160 b) 250 c) 240
d) 260 e) N.a.

17. ¿Cuál es el menor número de pesas que se refiere para colocar en el plato de las pesas, de una balanza para pesar 2709 kg. Si se dispone de una colección de pesas de 1kg, 4kg, 16kg, 64kg ...

- a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 11

18. Si: $\overline{222 \dots 22}_{(3)} = 6560$
"n" cifras

Hallar "n"

- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

19. Si:

$$\overline{1515151515}_{(x)} = 122_{(4)}$$

Hallar x

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

20. Cuántos números de la forma:

$$\left(\frac{x}{2}\right)(x-3) \left(\frac{y}{3}\right)(y-4) \text{ existen?}$$

- a) 30 b) 25 c) 20
d) 12 e) 15

TAREA DOMICILIARIA

01. ¿Cuántos números de 3 cifras se escriben con un "5", con un "7" y alguna cifra diferente de las anteriores?

02. Convertir el número $1001110110_{(2)}$ a base 4.

03. Convertir el número $368754_{(9)}$ a base 3.

04. ¿Cuántos números capicúas de 4 cifras del sistema decimal tienen como suma de sus cifras 24?

05. ¿Cuántas cifras se han utilizado en la siguiente serie:

$$\overbrace{13, 16, 19, 22, \dots}^{500 \text{ términos}}$$

06. ¿En la numeración de las páginas de un libro de \overline{ab} páginas se han utilizado 506 cifras menos que en la numeración de otro de $\overline{2ba}$ páginas. Hallar: $a - b$.

07. Si: $\overline{mnp}_{(8)} = 487_{(9)}$. Hallar: $m + n + p$

- a) 7 b) 8 c) 9
d) 8 e) N.a.



08. Hallar "n". $\overline{(2n)3n}_{(6)} = \overline{3n3}_{(7)}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

09. Hallar "x". $421_{(x)} = 133_{(9)}$

- a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

10. Sabiendo que los números $\overline{10a}_{(4)}$; $\overline{2bc}_{(a)}$ y

$\overline{bb}_{(c)}$; están correctamente escritos y a, b y c son cifras diferentes. Hallar: $a + b + c$.

- a) 6 b) 7 c) 8
d) 5 e) 4

CONTEO POR

El problema fundamental consiste en averiguar la cantidad de cifras o tipos que se han utilizado al escribir la sucesión natural desde el número 1 hasta "n".

Problema Ilustrativo: ¿Cuántas cifras se utilizan para numerar del 1 hasta 3475?

Solución:

PRIMER METODO:

Para numerar desde el 1 hasta el 9:
Se utilizan: $(9 - 0) \times 1 = 9$ cifras.

Para numerar desde el 10 hasta el 99:
Se utilizan: $(99 - 9) \times 2 = 180$ cifras.

Para numerar desde el 100 hasta el 999:
Se utilizan: $(999 - 99) \times 3 = 2700$ cifras.

Para numerar desde el 1000 hasta el 3475:
Se utilizan: $(3475 - 999) \times 4 = 9904$ cifras.

Total de cifras empleadas para numerar desde el 1 hasta el 3475:

$$9 + 180 + 2700 + 9904 = 12\,793$$

SEGUNDO METODO:

Se puede aplicar la siguiente fórmula, si se trata de la base diez:

$$\text{Nº de cifras} = (\text{Nº mayor} + 1) (\text{Nº de cifras de "n"})$$

$$111 \dots 111 (\text{Tantos unos como cifras tenga el número "n"})$$

Para nuestro problema:

$$\text{Nº de cifras} = (3475 + 1) (4) - 1111 = 12\,793$$

NOTA: Dicha fórmula cumple cuando la sucesión comienza en 1.

CUANDO SE TRABAJA EN SISTEMA DIFERENTE AL DECIMAL, Se emplea la siguiente fórmula:

$$\text{Nº de cifras} = K \cdot n^K - n^{K-1} / n - 1$$

Donde: n = base del sistema
 K = Cantidad de cifras del último número.

**CANTIDAD DE NUMERALES O METODO COMBINATORIO:**

Sirve para determinar cuantos numerales (números) de “k” cifras existen en base “n”.

Se procede de la siguiente manera:

- 1º Se indica la forma general del numeral (número) buscado, teniendo en cuenta el valor de la base.
- 2º Se calculan los valores posibles para cada una de las cifras.
- 3º Cuando hay cifras diferentes expresadas en función de la misma variable, los valores de la variable serán todos aquellos comunes a los calculados individualmente.
- 4º Cuando una variable se encuentra más de una vez se le considera sólo una vez en el producto.
- 5º Determinar la cantidad de valores que acepta cada variable, multiplíquese todas ellas; siendo este producto la cantidad de numerales (números) de la forma dada.

EJEMPLO ILUSTRATIVO: ¿ Cuántos números de tres dígitos existen en el sistema octal?.

Resolución:

1º Forma general de número: . $\overline{a \ b \ c(8)}$

2º Valores posibles para cada una de las cifras:

a	b	c ⁽⁸⁾
1	0	0
2	1	1
3	2	2
4	3	3
5	4	4
6	5	5
7	6	6
	7	7
7	8	8

} valores posibles

ENTONCES: La cantidad de números que existen en el sistema octal es: $(7) (8) (8) = 448$

PRACTICA DE CLASE

- 01.** ¿Cuántos números tiene la siguiente sucesión: 52;57;62;67;72;.....; 382?.

- a) 64
d) 45
- b) 67
e) 21
- c) 80

- 02.** ¿Cuántos numerales de dos cifras , todas impares menores que 9 existen?.

- a) 20
d) 16
- b) 27
e) 23
- c) 32

- 03.** ¿Cuántos números capicúas existen en el sistema senario?.

- a) 25
d) 18
- b) 30
e) 40
- c) 32

- 04.** ¿Cuántos términos tiene la siguiente secuencia: 27;29;30;32;33;35;.....99?.

- a) 65
d) 49
- b) 45
e) 76
- c) 48

- 05.** En la sucesión natural : 1;2;3;4;.....;4444.. ¿Cuántas cifras se han escrito?.

- a) 16 569
d) 16 589
- b) 16 669
e) N.a.
- c) 17 669

- 06.** Si en la serie natural de los números se han empleado 1341 cifras. Hallar el último número escrito.

- a) 516
d) 482
- b) 483
e) N.a.
- c) 515

- 07.** Hallar la cantidad de páginas que tiene un libro, sabiendo que para enumerar sus últimas 36 páginas se emplearon la misma cantidad de tipos que se empleó en las primeras 63 páginas?.

- a) 1002
d) 984
- b) 1280
e) 1204
- c) 1008

- 08.** ¿Cuántos números de la forma a (a-2) b (6 – b) existen en el sistema decimal?.

- a) 65
d) 87
- b) 74
e) 102
- c) 56

- 09.** ¿Cuántos números de 4 cifras tienen una y sólo una cifra significativa?.

- a) 2187
d) 6541
- b) 729
e) 1511
- c) 6961



- 10.** Con los dígitos 1,3,5,8 y 9. ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes mayores que 300, se pueden formar?.

- a) 20
d) 48
- b) 24
e) 64
- c) 36

- 11.** ¿Cuántos números diferentes de 6 cifras pueden formarse con los 9 dígitos 1,2,3,... 9 y en los cuales no se repite ningún dígito?.

- a) 48,640
d) 46,800
- b) 60,480
e) N.a.
- c) 80,460

- 12.** ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 5, 6, 8, 3, 1?.

- a) 48
d) 60
- b) 50
e) 72
- c) 54

- 13.** ¿Cuántos números capicúas de 3 cifras del sistema decimal no terminan en cifra 2?.

- a) 70
d) 80
- b) 75
e) N.a.
- c) 78

- 14.** ¿Cuántos números de 5 dígitos tienen como, sus 2 últimas cifras 2 y 5 en este orden?.

- a) 900
d) 998
- b) 990
e) 999
- c) 899

- 15.** ¿ Cuántos números de tres cifras se escriben con un “5”, con un “7” y alguna cifras diferente de las anteriores ?

- a) 48
d) 23
- b) 46
e) 51
- c) 24

- 16.** ¿Cuántos números capicúas de cuatro cifras del sistema decimal tienen como suma de sus cifras 24?

- a) 7
d) 30
- b) 49
e) 24
- c) 21

- 17.** En qué sistema de numeración hay 30 números de cuatro cifras de la forma:

$$\overline{a(a+1)b(b+1)}_{(n)}$$

- a) 7
d) 12
- b) 8
e) 14
- c) 9

- 18.** ¿Cuántos números de tres cifras existen, que tengan por lo menos una cifra par y por lo menos una cifra impar?

- a) 500
d) 635
- b) 625
e) 600
- c) 675

- 19.** ¿Cuántos números naturales de 5 cifras existen tales que su cifra de unidades sea un número impar y su cifra de 3er. orden un número par ?

- a) 2500
d) 22500
- b) 5000
e) 25000
- c) 10250

- 20.** ¿Cuántos números capicúas impares de 8 cifras existen ?

- a) 9000
d) 6000
- b) 4500
e) 3500
- c) 5000

PROBLEMAS PROPUESTOS N° 3

- 01.** ¿Cuántos números de la forma: $\overline{a(a+b)b(7)}$ existen ?

- a) 21
d) 42
- b) 120
e) 56
- c) 36

- 02.** ¿Cuántos números capicúas hay entre 222 y 22322 ?

- a) 240
d) 296
- b) 260
e) 324
- c) 286

- 03.** Desde 123 hasta 3323 cuántos tres se han escrito.

- a) 1281
d) 1287
- b) 1283
e) 1289
- c) 1285

- 04.** ¿Cuántos números de 7 cifras existen en base 2?

- a) 64
d) 606
- b) 210
e) 840
- c) 720

- 05.** Encontrar el 45 avo término de la siguiente serie: 8 ; 15 ; 22 ; 29 ;



- a) 316 b) 317 c) 318
d) 319 e) N.a.

06. ¿Cuántos términos de la siguiente serie están comprendidos entre 200 y 300.

7 ; 18 ; 29 ; 40 ;

- a) 8 b) 9 c) 7
d) 5 e) 6

07. Encontrar el primer término de 4 cifras de la siguiente serie:

12 ; 30 ; 48 ; 66 ;

- a) 1000 b) 1002 c) 1004
d) 1006 e) 1008

08. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética:

$12_n ; 17_n ; 24_n ; 31_n ; ; 620_n$

- a) 73 b) 75 c) 77
d) 79 e) 81

09. Hallar la cantidad de cifras que se emplean al enumerar las primeras 472 páginas de un libro.

- a) 1310 b) 1309 c) 1308
d) 1307 e) N.a.

10. Para numerar un libro de \overline{abc} páginas se han utilizado 1866 tipos de imprenta. Calcular: $a + b + c$.

- a) 12 b) 19 c) 15
d) 16 e) 17

11. Dada la siguiente sucesión de números:

$1^1 ; 2^2 ; 3^3 ; ; \overline{ab}^{ab}$ si para escribirla se han empleado 142 cifras. Hallar: $a + b$

- a) 6 b) 8 c) 7
d) 4 e) 2

12. ¿Cuántos números capicúas de 5 cifras existen en base 9?

- a) 648 b) 729 c) 512
d) 576 e) N.a.

13. ¿Cuántos números de tres cifras , todas diferentes , de la base 8 terminan en 0 ó en 4 ?

- a) 78 b) 91 c) 84
d) 85 e) 72

14. En el sistema de base 9 cuántos números de 48 cifras terminan en 47?

- a) 9^{48} b) 8×9^{47} c) 8×9^{45}
d) $9^{47} - 9^{43}$ e) $9^4 (9^{46} - 2)$

15. ¿Cuántos números naturales de 5 cifras existen tales que su cifra de unidades sea un número impar y su cifra de 3er orden un número par?

- a) 2500 b) 5000 c) 10250
d) 22500 e) 25000

16. ¿Cuántos números capicúas de 8 cifras de 4 cifras diferentes existen en base 7?

- a) 300 b) 1470 c) 2688
d) 1438 e) 720

17. ¿Cuántos numerales de la forma siguiente existen:

$$(a - c) \left(\frac{c}{b} \right) (c + a) b_{(14)}$$

- a) 273 b) 224 c) 248
d) 216 e) 256

18. Al enumerar las últimas 100 páginas de un libro se emplearon 281 cifras. Averiguar cuántas páginas tiene el libro?

- a) 100 b) 180 c) 45
d) 183 e) 94

19. ¿Cuántos numerales de 3 cifras tiene por lo menos dos cifras 5?

- a) 20 b) 90 c) 48



- d) 210 e) 27

20. ¿Cuántos numerales capicúas pares de 5 cifras existen en el sistema decimal?

- a) 100 b) 400 c) 125
d) 900 e) 2000

TAREA DOMICILIARIA

“Se escriben los dígitos 1, 3, 4, 6, 9 en orden aleatorio “ (para preguntas 1 y 2)

01. ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se pueden formar con tales dígitos ?

- a) 20 b) 40 c) 60
d) 72 e) 90

02. ¿Cuántos números de 4 cifras diferentes y mayores que 5000, se pueden formar con estos dígitos ?

- a) 30 b) 12 c) 24
d) 48 e) 60

03. ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se pueden formar con los dígitos: 5, 7, 8, 3, 1. ?

- a) 48 b) 50 c) 54
d) 60 e) 72

04. ¿Cuál es la mayor cantidad de números de 2 cifras que se pueden formar con 2 fichas en las que se han pintado un dígito en cada una ?

- a) 2 b) 1 c) 4
d) 6 e) 8

05. ¿Cuántos números de 5 dígitos tienen como sus 2 últimas cifras 2 y 5 en este orden ?

- a) 900 b) 990 c) 899
d) 998 e) 999

06. ¿Cuántos números de 6 cifras, no repetidas pueden formarse con las cifras:

1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

- a) 720 b) 360 c) 180
d) 90 e) N.a.

07. ¿Cuántos números enteros y desiguales, mayores que 10 y menores que 100, se pueden formar con las 8 primeras cifras, no repitiéndose ninguna de ella? (las cifras se deben considerar a partir de 1).

- a) 100 b) 86 c) 64
d) 56 e) N.a.

08. ¿ Cuántos números enteros se expresan con tres cifras significativas distintas en el sistema decimal ?

- a) 900 b) 729 c) 648
d) 504 e) N.a.

09. Se llama capicúa al número de varias cifras que se lee igual de izquierda a derecha o de derecha a izquierda. ¿Cuántos números capicúa hay entre 100 y 1000?

- a) 500 b) 10 c) 90
d) 200 e) 100

10. El número de enteros de 4 dígitos mayores que 4000 y que terminan en 75 es :

- a) 90 b) 60 c) 59
d) 91 e) 61



SOLUCIONARIO

N°	Ejercicios Propuestos		
	01	02	03
01.	C	D	A
02.	E	C	C
03.	D	B	B
04.	E	C	A
05.	D	B	A
06.	D	C	B
07.	C	A	B
08.	D	A	D
09.	D	D	C
10.	A	A	B
11.	D	D	D
12.	B	B	D
13.	E	A	C
14.	D	D	C
15.	D	D	D
16.	E	B	E
17.	B	A	A
18.	B	D	B
19.	A	D	E
20.	C	E	B

