



## الرياضيات

## اختبار الثلاثي الأول في مادة

(الاجابة: 0.25 نقطة ، التبرير: 01 نقطة) (التوقيت: 25د)

التمرين الأول

أجب ب : صح أو خطأ مع التبرير

- 5
- (1.25)..... (1.25)  $\ln x^2 = \ln(3x + 4)$  تقبل حلين في  $\mathbb{R}$
- (2) حل المعادلة التفاضلية:  $y' + 3y = 2$  والذي يحقق  $f(0) = \frac{-1}{3}$  هو الدالة:  $f(x) = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$  (1.25).....
- (3) حل المتراجحة:  $\log(x - 1) > -3$  في  $]1, +\infty[$  هو:  $s = ]1 + e^{-3}, +\infty[$  (1.25).....
- (4)  $\lim_{x \rightarrow -1} \left[ \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1) \right] = +\infty$  (نقل أن:  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ ) (1.25).....

(التوقيت: 30د)

التمرين الثاني

6

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط:  $C(1; 1; -2), B(0; 3; -3), A(1; 2; -2)$ .  
 $\Omega(0; 1; -1)$  والمستوي  $(P)$  الذي معادلته:  $x + y - 3 = 0$

(1. أ) أحسب بعد النقطة  $\Omega$  عن المستوي  $(P)$  (0.75).....

ب) استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega$  والمماسية للمستوي  $(P)$  هي:

(0.25).....  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$

(2. أ) بين ان النقط  $C, B, A$  تعين مستوي. (0.75).....

ب) عين شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$  (0.5+0.1).....

(3. أ) تحقق من أن سطح الكرة  $(S)$  مماس للمستوي  $(ABC)$  (0.75).....

ب) أحسب المسافة  $\Omega C$  واستنتج نقطة تماس  $(S)$  والمستوي. (0.5+0.5).....

(التوقيت: 50د)

التمرين الثالث

I. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2 + (3 - 2x)e^x$

1. أحسب نهايتي الدالة  $g$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$  (0.5+0.25).....

2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها (0.5+0.5).....

3. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $\alpha \in ]1.68, 1.69[$  واستنتج إشارة  $g(x)$  (0.5+0.75).....

II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني

1. أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$  وماذا تستنتج بالنسبة إلى  $(C_f)$  (0.25+0.25+0.5).....

2. أثبت أن:  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$  (0.75).....

3. بين أن:  $f(\alpha) = 4$  ثم أعط حصرا للعدد  $f(\alpha)$  (0.25+0.25).....

4. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها (0.25+0.25).....

5. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = 4x - 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$  (0.5).....

وأدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  (0.5).....

6. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 (0.5).....

7. أرسم كلا من  $(T)$  و  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  (0.5+0.25+0.25).....

8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة:  $me^x - 4x + m + 2 = 0$  (0.75).....

بالتوفيق





1.25

(1) صحيح ، التبرير:

المعادلة معرفة على  $]-\infty; 0] \cup ]0; +\infty[$ ، تكافئ  $x^2 - 3x - 4 = 0$ ،  $\Delta = 25$  لها حلان هما  $x_1 = -1$  و  $x_2 = 4$

1.25

(2) صحيح، التبرير: تكتب المعادلة  $y' = -3y + 2$  حولها  $y = ce^{-3x} + \frac{2}{3}$ ، تحقق  $f(0) = \frac{-1}{3}$  أي  $ce^0 + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$  أي  $c = -1$  ومنه  $y = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$

1.25

(3) خطأ ، التبرير: المتراجحة معرفة على  $]-\infty; 1[$ ، تكافئ  $x - 1 > 10^{-3}$  أي  $s = ]1 + 10^{-3}; +\infty[$

1.25

(4) خطأ ، التبرير:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left[ \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1) \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} [2x - (x+1)\ln(x+1)] = -\infty$$

لأن:  $\lim_{x \rightarrow 0} X \ln X = 0$  حسب  $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) \ln(x+1) = 0$

التمرين الثاني:

0.75

$$d(\Omega; (p)) = \frac{|1-3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (1)$$

1.25

(ب)  $(p)$  يمس  $(s)$  معناه  $r = d(\Omega; (p)) = \sqrt{2}$  أي  $(s): (x-0)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = (\sqrt{2})^2$  ومنه:  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$

0.75

(2). أ) بما أن  $\overrightarrow{AB}(-1; 1; -1)$  و  $\overrightarrow{AC}(0; -1; 0)$  غير مرتبطان خطيا فالنقط  $A, B, C$  تعين مستوي  
ب) لدينا  $\vec{n}(a; b; c)$  ناظمي لـ  $(ABC)$  معناه  $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$  و  $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$  أي  $-a + b - c = 0$  و  $-b = 0$  أي  $a = -c$  و  $b = 0$  بوضع  $c = 1$  نجد  $a = -1$  و  $b = 0$  ومنه  $\vec{n}(-1; 0; 1)$

01

معادلة  $(ABC)$  من الشكل:  $ax + by + cz + d = 0$  حيث:  $a = -1$  و  $b = 0$  و  $c = 1$  أي

0.5

$(ABC): -x + z + d = 0$  وبما أن  $A$  تنتمي إلى  $(ABC)$  فإن  $-1 - 2 + d = 0$  أي  $d = 3$  ومنه  $(ABC): -x + z + 3 = 0$

0.75

$$(3). \text{ أ) لدينا } d(\Omega; (ABC)) = \frac{|-1+3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = r \text{ أي } (ABC) \text{ يمس سطح الكرة } (S)$$

0.5

ب)  $\Omega C = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$  ، بما أن  $\Omega C = r$  و  $C$  تنتمي إلى  $(ABC)$  فإن نقطة التماس هي  $C$

0.5

التمرين الثالث:

0.5

0.25

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2 \quad (1-I)$$

0.5

(2) من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $g'(x) = (1-2x)e^x$  ومنه إشارة  $g'$  من نفس إشارة  $1-2x$   
أي  $g$  متزايدة على  $]-\infty; \frac{1}{2}[$  و متناقصة على  $]\frac{1}{2}; +\infty[$ ، ومنه جدول تغيرات  $g$  كالآتي:

0.5

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	2	$g(\frac{1}{2})$	$-\infty$

0.75

(3) الدالة  $g$  متناقصة ومستمرة على  $[1.68; 1.69]$  و  $g(1.68) \times g(1.69) < 0$ ، إذن حسب نظرية القيم المتوسطة  
المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1.68 < \alpha < 1.69$

0.5

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

- إشارة  $g(x)$

0.25

0.5

0.25

0.75

0.25

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5

0.5

0.75

0.25

0.25

0.5

II . 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  ، نستنتج أن  $y = 1$  (d) مستقيم مقارب لـ  $(C_f)$

(2) نثبت ببساطة أن من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

(3) لدينا  $g(\alpha) = 0$  ومنه  $(3 - 2\alpha)e^\alpha + 2 = 0$  وبما أن  $f(\alpha) = \frac{e^\alpha + 4\alpha - 1}{e^\alpha + 1}$  فإن  $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-1)(4\alpha-5)}{(2\alpha-1)}$

وعليه  $f(\alpha) = 4\alpha - 5$

نعلم أن  $1.68 < \alpha < 1.69$  ومنه  $4 \times 1.68 - 5 < f(\alpha) < 4 \times 1.69 - 5$  أي

$$1.72 < f(\alpha) < 1.76$$

(4) إشارة  $f'$  هي من نفس إشارة  $g$  وسبق أن درسنا إشارة  $g(x)$  وعليه جدول تغيرات  $f$  كالآتي:

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$	$4\alpha - 5$	1

(5) لدينا  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1} - (4x - 1) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2(1-2x)e^x}{e^x + 1} = 0$

ومنه المستقيم  $(\Delta): y = 4x - 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$

الوضعية: حسب ماسبق إشارة  $f(x) - y$  من نفس إشارة  $(1 - 2x)$  أي

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$		0	
الوضعية			

$(C_f)$  و  $(\Delta)$  يتقاطعان في

النقطة  $(\frac{1}{2}; 1)$

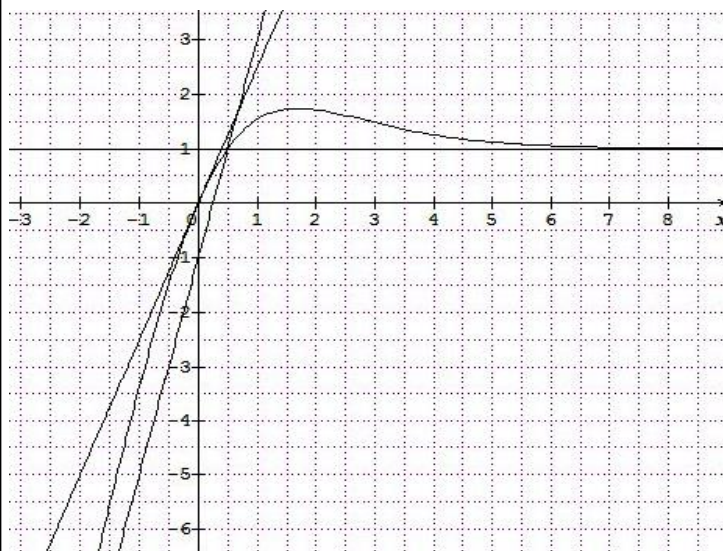
(6) معادلة  $(T)$  مماس  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 0 هو:  $y = \frac{5}{2}x$

(7) الرسم

(8) المناقشة البيانية: لدينا  $me^x - 4x + m + 2 = 0$  يعني  $m(e^x + 1) = 4x - 2$  أي  $m = \frac{4x-2}{e^x+1}$

ومنه  $m + 1 = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$  أي  $f(x) = m + 1$ ، حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم  $y = m + 1$

أي:



✓ إذا  $m < -1$  فإن للمعادلة حل وحيد سالب

✓ إذا  $-1 \leq m \leq 0$  فإن للمعادلة حل وحيد موجب

✓ إذا  $0 < m \leq 4$  فإن للمعادلة حلين موجبين تماما

✓ إذا  $m = 4$  فإن للمعادلة حل وحيد موجب تماما

✓ إذا  $m > 4$  فإن المعادلة لا تقبل حلولاً

مع تمنياتي لكم بالنجاح

أستاذ المادة