

III. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

VẤN ĐỀ I. Phương pháp đặt nhân tử chung

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 6x$

b) $9x^4y^3 + 3x^2y^4$

c) $x^3 - 2x^2 + 5x$

d) $3x(x-1) + 5(x-1)$

e) $2x^2(x+1) + 4(x+1)$

f) $-3x - 6xy + 9xz$

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2y - 4xy^2 + 6xy$

b) $4x^3y^2 - 8x^2y^3 + 2x^4y$

c) $9x^2y^3 - 3x^4y^2 - 6x^3y^2 + 18xy^4$

d) $7x^2y^2 - 21xy^2z + 7xyz - 14xy$

e) $a^3x^2y - \frac{5}{2}a^3x^4 + \frac{3}{2}a^4x^2y$

VẤN ĐỀ II. Phương pháp nhóm nhiều hạng tử

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - 2x^2 + 2x - 13$

b) $x^2y + xy + x + 1$

c) $ax + by + ay + bx$

d) $x^2 - (a+b)x + ab$

e) $x^2y + xy^2 - x - y$

f) $ax^2 + ay - bx^2 - by$

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $ax - 2x - a^2 + 2a$

b) $x^2 + x - ax - a$

c) $2x^2 + 4ax + x + 2a$

d) $2xy - ax + x^2 - 2ay$

e) $x^3 + ax^2 + x + a$

f) $x^2y^2 + y^3 + zx^2 + yz$

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$

b) $x^4 + 2x^3 - 4x - 4$

c) $x^3 + 2x^2y - x - 2y$

d) $3x^2 - 3y^2 - 2(x-y)^2$

e) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36$

f) $x^2 - y^2 - 2x - 2y$

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(x-3)(x-1) - 3(x-3)$

b) $(x-1)(2x+1) + 3(x-1)(x+2)(2x+1)$

c) $(6x+3) - (2x-5)(2x+1)$

d) $(x-5)^2 + (x+5)(x-5) - (5-x)(2x+1)$

e) $(3x-2)(4x-3) - (2-3x)(x-1) - 2(3x-2)(x+1)$

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(a-b)(a+2b) - (b-a)(2a-b) - (a-b)(a+3b)$

b) $5xy^3 - 2xyz - 15y^2 + 6z$

c) $(x+y)(2x-y) + (2x-y)(3x-y) - (y-2x)$

d) $ab^3c^2 - a^2b^2c^2 + ab^2c^3 - a^2bc^3$

e) $x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$

VẤN ĐỀ III. Phương pháp dùng hằng đẳng thức

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| a) $4x^2 - 12x + 9$ | b) $4x^2 + 4x + 1$ | c) $1 + 12x + 36x^2$ |
| d) $9x^2 - 24xy + 16y^2$ | e) $\frac{x^2}{4} + 2xy + 4y^2$ | f) $-x^2 + 10x - 25$ |
| g) $-16a^4b^6 - 24a^5b^5 - 9a^6b^4$ | h) $25x^2 - 20xy + 4y^2$ | i) $25x^4 - 10x^2y + y^2$ |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|---|---|------------------------------------|
| a) $(3x - 1)^2 - 16$ | b) $(5x - 4)^2 - 49x^2$ | c) $(2x + 5)^2 - (x - 9)^2$ |
| d) $(3x + 1)^2 - 4(x - 2)^2$ | e) $9(2x + 3)^2 - 4(x + 1)^2$ | f) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ |
| g) $(ax + by)^2 - (ay + bx)^2$ | h) $(a^2 + b^2 - 5)^2 - 4(ab + 2)^2$ | |
| i) $(4x^2 - 3x - 18)^2 - (4x^2 + 3x)^2$ | k) $9(x + y - 1)^2 - 4(2x + 3y + 1)^2$ | |
| l) $-4x^2 + 12xy - 9y^2 + 25$ | m) $x^2 - 2xy + y^2 - 4m^2 + 4mn - n^2$ | |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|----------------|----------------------------|---------------------|
| a) $8x^3 - 64$ | b) $1 + 8x^6y^3$ | c) $125x^3 + 1$ |
| d) $8x^3 - 27$ | e) $27x^3 + \frac{y^3}{8}$ | f) $125x^3 + 27y^3$ |

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--|-------------------------------------|-----------------------------|
| a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ | b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ | c) $1 - 9x + 27x^2 - 27x^3$ |
| d) $x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$ | e) $27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$ | |

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|------------------------------------|---|---------------------------|
| a) $x^2 - 4x^2y^2 + y^2 + 2xy$ | b) $x^6 - y^6$ | c) $25 - a^2 + 2ab - b^2$ |
| d) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ | e) $(a + b + c)^2 + (a + b - c)^2 - 4c^2$ | |

Bài 6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|-------------------------------|--|----------------------------------|
| a) $(x^2 - 25)^2 - (x - 5)^2$ | b) $(4x^2 - 25)^2 - 9(2x - 5)^2$ | c) $4(2x - 3)^2 - 9(4x^2 - 9)^2$ |
| d) $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$ | e) $(3x^2 + 3x + 2)^2 - (3x^2 + 3x - 2)^2$ | |

Bài 7. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--|-------------------------------------|----|
| a) $(xy + 1)^2 - (x + y)^2$ | b) $(x + y)^3 - (x - y)^3$ | c) |
| $3x^4y^2 + 3x^3y^2 + 3xy^2 + 3y^2$ | | |
| d) $4(x^2 - y^2) - 8(x - ay) - 4(a^2 - 1)$ | e) $(x + y)^3 - 1 - 3xy(x + y - 1)$ | |

Bài 8. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|------------------------------------|--|--------------------------------|
| a) $x^3 - 1 + 5x^2 - 5 + 3x - 3$ | b) $a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$ | c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - y^3$ |
| d) $5x^3 - 3x^2y - 45xy^2 + 27y^3$ | e) $3x^2(a - b + c) + 36xy(a - b + c) + 108y^2(a - b + c)$ | |

VẤN ĐỀ IV. Một số phương pháp khác

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|
| a) $x^2 - 5x + 6$ | b) $3x^2 + 9x - 30$ | c) $x^2 - 3x + 2$ |
| d) $x^2 - 9x + 18$ | e) $x^2 - 6x + 8$ | f) $x^2 - 5x - 14$ |
| g) $x^2 + 6x + 5$ | h) $x^2 - 7x + 12$ | i) $x^2 - 7x + 10$ |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|----------------------|----------------------|---------------------|
| a) $3x^2 - 5x - 2$ | b) $2x^2 + x - 6$ | c) $7x^2 + 50x + 7$ |
| d) $12x^2 + 7x - 12$ | e) $15x^2 + 7x - 2$ | f) $a^2 - 5a - 14$ |
| g) $2m^2 + 10m + 8$ | h) $4p^2 - 36p + 56$ | i) $2x^2 + 5x + 2$ |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|--------------------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $x^2 + 4xy - 21y^2$ | b) $5x^2 + 6xy + y^2$ | c) $x^2 + 2xy - 15y^2$ |
| d) $(x - y)^2 + 4(x - y) - 12$ | e) $x^2 - 7xy + 10y^2$ | f) $x^2yz + 5xyz - 14yz$ |

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|---------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $a^4 + a^2 + 1$ | b) $a^4 + a^2 - 2$ | c) $x^4 + 4x^2 - 5$ |
| d) $x^3 - 19x - 30$ | e) $x^3 - 7x - 6$ | f) $x^3 - 5x^2 - 14x$ |

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (thêm bớt cùng một hạng tử)

- | | | |
|----------------------|-------------------|--------------------|
| a) $x^4 + 4$ | b) $x^4 + 64$ | c) $x^8 + x^7 + 1$ |
| d) $x^8 + x^4 + 1$ | e) $x^5 + x + 1$ | f) $x^3 + x^2 + 4$ |
| g) $x^4 + 2x^2 - 24$ | h) $x^3 - 2x - 4$ | i) $a^4 + 4b^4$ |

HD: Số hạng cần thêm bớt:

- | | | | | | |
|-----------|----------------|--------------|----------|----------|----------|
| a) $4x^2$ | b) $16x^2$ | c) $x^2 + x$ | d) x^2 | e) x^2 | f) x^2 |
| g) $4x^2$ | h) $2x^2 + 2x$ | i) $4a^2b^2$ | | | |

Bài 6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (đặt biến phụ)

- | | |
|--|--|
| a) $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$ | b) $(x^2 + x)^2 + 4x^2 + 4x - 12$ |
| c) $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12$ | d) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1$ |
| e) $(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) + 15$ | f) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24$ |

Bài 7. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (đặt biến phụ)

- | | |
|---|--|
| a) $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$ | b) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$ |
| c) $(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) + 15$ | d) $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$ |

VẤN ĐỀ V. Tổng hợp

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------|------------------------|
| a) $x^2 + 4x + 3$ | b) $16x - 5x^2 - 3$ | c) $2x^2 + 7x + 5$ |
| d) $2x^2 + 3x - 5$ | e) $x^3 - 3x^2 + 1 - 3x$ | f) $x^2 - 4x - 5$ |
| g) $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$ | h) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ | i) $x^4 + x^3 + x + 1$ |
| k) $x^4 - x^3 - x^2 + 1$ | l) $(2x + 1)^2 - (x - 1)^2$ | m) $x^4 + 4x^2 - 5$ |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|----------------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $-x - y^2 + x^2 - y$ | b) $x(x + y) - 5x - 5y$ | c) $x^2 - 5x + 5y - y^2$ |
| d) $5x^3 - 5x^2y - 10x^2 + 10xy$ | e) $27x^3 - 8y^3$ | f) $x^2 - y^2 - x - y$ |
| g) $x^2 - y^2 - 2xy + y^2$ | h) $x^2 - y^2 + 4 - 4x$ | i) $x^6 - y^6$ |
| k) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 27z^3$ | l) $4x^2 + 4x - 9y^2 + 1$ | m) $x^2 - 3x + xy - 3y$ |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| a) $5x^2 - 10xy + 5y^2 - 20z^2$ | b) $x^2 - z^2 + y^2 - 2xy$ | c) $a^3 - ay - a^2x + xy$ |
| d) $x^2 - 2xy - 4z^2 + y^2$ | e) $3x^2 - 6xy + 3y^2 - 12z^2$ | f) $x^2 - 6xy - 25z^2 + 9y^2$ |
| g) $x^2 - y^2 + 2yz - z^2$ | h) $x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz$ | i) $x^2 - 2xy + tx - 2ty$ |
| k) $2xy + 3z + 6y + xz$ | l) $x^2 + 2xz + 2xy + 4yz$ | m) $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$ |

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | |
|--|--|
| a) $x^3 + x^2z + y^2z - xyz + y^3$ | b) $bc(b + c) + ca(c - a) - ab(a + b)$ |
| c) $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$ | d) $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$ |
| e) $x^9 - x^7 - x^6 - x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - 1$ | f) $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$ |
| g) $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3$ | h) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ |

Bài 5. Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|--|
| a) $(x - 2)^2 - (x - 3)(x + 3) = 6$ | b) $(x + 3)^2 + (4 + x)(4 - x) = 10$ |
| c) $(x + 4)^2 + (1 - x)(1 + x) = 7$ | d) $(x - 4)^2 - (x - 2)(x + 2) = 6$ |
| e) $4(x - 3)^2 - (2x - 1)(2x + 1) = 10$ | f) $25(x + 3)^2 + (1 - 5x)(1 + 5x) = 8$ |
| g) $9(x + 1)^2 - (3x - 2)(3x + 2) = 10$ | h) $-4(x - 1)^2 + (2x - 1)(2x + 1) = -3$ |

Bài 6. Chứng minh rằng:

- $a^2(a + 1) + 2a(a + 1)$ chia hết cho 6 với $a \in \mathbb{Z}$.
- $a(2a - 3) - 2a(a + 1)$ chia hết cho 5 với $a \in \mathbb{Z}$.
- $x^2 + 2x + 2 > 0$ với $x \in \mathbb{Z}$.
- $-x^2 + 4x - 5 < 0$ với $x \in \mathbb{Z}$.