الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **المؤسسة : ثانوية العقيد لطفي وهران**

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — **دورة : ماي 2014**

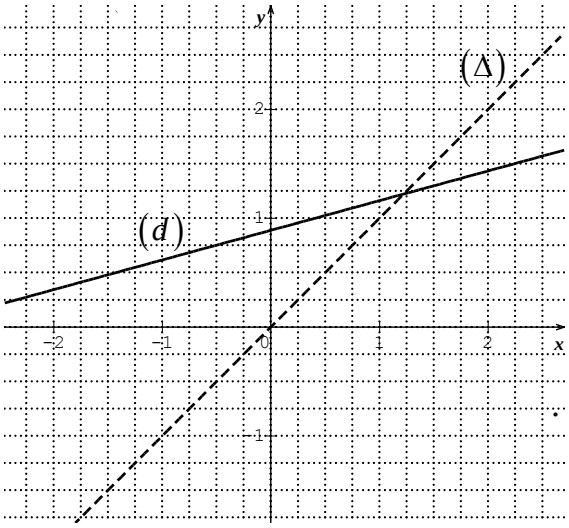
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات وَ نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4.5 نقطة)



في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ، إليك التمثيل البياني للمستقيمين (Δ) و (d) اللذين معادلتيهما على الترتيب : $y=x$ و $y=\frac{3}{11}x+\frac{8}{9}$.

1. (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=-2$

و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{3}{11}u_n+\frac{8}{9}$.

أ) أنقل الرسم على ورقة ميليمترية ثم مثّل على محور الفواصل ، الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) دون حسابها مبرزا خطوط لرسم .

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها .

2. أ) برهن على أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n<\frac{11}{9}$.

ب) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).استنتج أنّها متقاربة .

3. نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=u_n-\frac{11}{9}$ و $w_n=\frac{-29}{9}\left(\frac{3}{11}\right)^n+2n+3$.

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب أساسها و حدّها الأول .

ب) أحسب نهاية (u_n) .

جـ) بيّن أن $w_n=v_n+z_n$ حيث (z_n) متتالية حسابية يطلب أساسها و حدّها الأول z_0 .

د) أحسب بدلالة n ، المجموع التالي : $S_n=w_0+w_1+\ldots+w_n$.

التمرين الثاني : (4.5 نقطة)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. (وحدة الطول $1cm$)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة ، المعادلة : $z^2+4z+16=0$.

2. نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقتاها: $z_A=-2+2i\sqrt{3}$ ، $z_B=-2-2i\sqrt{3}$ و $z_C=4e^{i\frac{\pi}{6}}$

و $z_D=3\sqrt{3}+3i$ على الترتيب .

أ) أكتب z_C على الشكل الجبري ثم حدّد الطويلة و عمدة لكل من الأعداد z_A ، z_B و z_D .

ب) استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة مركزها O يطلب تحديد نصف قطرها .

جـ) علّم النقط A ، B ، C و D .

3. نذكر أنه : إذا كانت Ω نقطة من المستوي و k و θ عددين حقيقين حيث $k>0$ فإن التشابه المباشر الذي مركزه Ω ونسبته k زاويته θ ، يحوّل النقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' يحقق :

$$\begin{cases} \Omega M' = k\Omega M \\ \left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right) = \theta + 2\lambda\pi \quad (\lambda \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

– بيّن أن $z'-z_\Omega = k\,e^{i\theta}\left(z-z_\Omega\right)$ حيث z_Ω لاحقة النقطة Ω .

4. أ) جدّ زاوية الدوران r الذي مركزه النقطة O و يحوّل النقطة A إلى B .

ب) أكتب $\frac{z_D}{z_A}$ على الشكل الأسّي و استنتج نسبة و زاوية التشابه الذي مركزه O يحوّل A إلى D .

التمرين الثالث : (04 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

تعطى النقط $A(1;2;-1)$ ، $B(1;1;0)$ ، $C(9;-1;-2)$ و $S(1;1;1)$.

من أجل كل سؤال يوجد اقتراح واحد صحيح يطلب كتابته على ورقة الإجابة مع التبرير.

1. معادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي :

أ) $x+2y+2z=0$ ب) $x+2y+2z-1=0$ جـ) $x+2y+2z-3=0$.

2. تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) هو :

أ) $\begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=2t \end{cases}$ ب) $\begin{cases} x=1 \\ y=-1-t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=3+t \end{cases}$ جـ) $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=-1+3t \end{cases}$.

3. المسافة بين النقطة C و المستقيم (AB) هي :

أ) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ب) $\frac{\sqrt{306}}{2}$ جـ) $6\sqrt{2}$.

4. مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=9$ هي :

أ) مستو يشمل S ب) سطح كرة يشمل S جـ) سطح كرة مركزها S .

التمرين الرابع : (07 نقطة)

I. إليك فيما يلي جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة :

$$g(x)=1-\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{\ln(x+1)}{(x+2)^2} .$$

قيم x	-1 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g(x)$	↗

1. أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ يحقق $-0,32<\alpha<-0,31$.
3. حدّد في جدول ، إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=x+1-\frac{\ln(x+1)}{(x+2)}$. و ليكن (C_f) التمثيل البياني لها في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. أ) جد نهايتي f عند -1 و $+\infty$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$.

جـ) استنتج اتجاه تغيّر f ثم شكّل جدول تغيراتها .

2. أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

ب) أدرس الوضع النسبي للمستقيم (D) الذي معادلته $y=x+1$ و المنحنى (C_f) .

جـ) أرسم المنحنى (C_f) و مستقيميه المقاربين .

3. ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته $y=mx+1$ حيث m وسيط حقيقي .

أ) بيّن أن المستقيمات (D_m) تشمل النقطة $A(0;1)$.

ب) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A .

جـ) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(1-m)x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+2}=0$.

الموضـــوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1;-1;4)$ ، $B(7;-1;-2)$ و $C(1;5;-2)$

1. أ) بيّن أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع .

ب) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) . استنتج معادلة ديكارتية له .

2. ليكن المستقيم (Δ) الذي أحد تمثيلاته الوسيطية الجملة التالية : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-2t \\ y=-2t-2 \\ z=-2t-3 \end{cases}$.

أ) بيّن أنّ (Δ) عمودي على (ABC) ، ثم عين احداثيات النقطة G نقطة تقاطعهما .

ب) بيّن أنّ النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

3. لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها G و الذي تشمل النقطة A .

أ) أعط معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) يقطع (S) في نقطتين يطلب تحديد احداثياتهما .

التمرين الثاني : (06 نقطة)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتاها $z_A=1+i$ و $z_B=3i$ على الترتيب .

1. أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي .
2. ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$z'=2iz+6+3i$.

أ) عين العناصر المميزة للتشابه S .

ب) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه S .

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-2);(C;2)\}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D .

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4. لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق العلاقة : $(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB})=0$.

عين طبيعة المجموعة (Γ). ثم تحقق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ).

التمرين الثالث : (09 نقطة)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=e^x-x-1$.

1. أدرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $[0;+\infty[$.

2. استنتج أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ ، $e^x-x>0$.

II. نعتبر الدالة h المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي : $h(x)=(2-x)e^x-1$.

1. أحسب نهاية h عند $+\infty$.

2. أحسب $h'(x)$. استنتج اتجاه تغيّر الدالة h ثم أنجز جدول تغيّراتها .

3. أ) بيّن أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل في المجال $[0;+\infty[$ حلا وحيدا α حيث $1,8<\alpha<1,9$.

ب) استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x من المجال $[0;+\infty[$.

III. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$ و ليكن $(\mathscr{C}_f)$ التمثيل البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(e^x-x)^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغيّر f ثم شكّل جدول تغيّراتها .

د) استنتج أنّه إذا كان x ينتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{2};1\right]$ فإنّ $f(x)$ ينتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{2};1\right]$.

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ ، $f(x)-x=\dfrac{(1-x)g(x)}{e^x-x}$.

ب) استنتج الوضع النسبي بين المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.

جـ) نأخذ $f(\alpha)\approx 1,2$. أنشئ (D) و المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ على المجال $[0;3]$ (تأخذ وحدة الطول $4cm$) .

د) بيّن أنّ الدالة $x\to\ln(e^x-x)$ هي دالة أصلية للدالة f على المجال $\mathbb{R}$.

IV. نهتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=\dfrac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. أنشئ على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى من هذه المتتالية (u_n). (دون حساب الحدود)

2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\dfrac{1}{2}\le u_n\le u_{n+1}\le 1$.

3. استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ثم عيّن نهايتها .